Euclides

Vakblad voor de wiskundeleraar

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Wolters-Noordhoff

816
357
492

jaargang 67 1991 | 1992 mei

● **Euclides** ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 55,00 per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 37,50; contributie zonder Euclides *f* 30,00. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

ISSN 01.65-0394

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:
- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel

en liefst voorzien te zijn van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

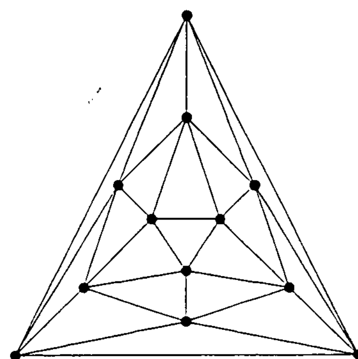
Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 60,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 39,00. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f* 10,00 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
ACQUI' MEDIA, Postbus 2776, 6030 AB Nederweert.
Tel. 04951-2 65 95. Fax. 04951-2 60 95.

Inhoud



Samenhangende graaf.

● **Bijdrage** ● ● ● ●

▶ Een analyse-opgave

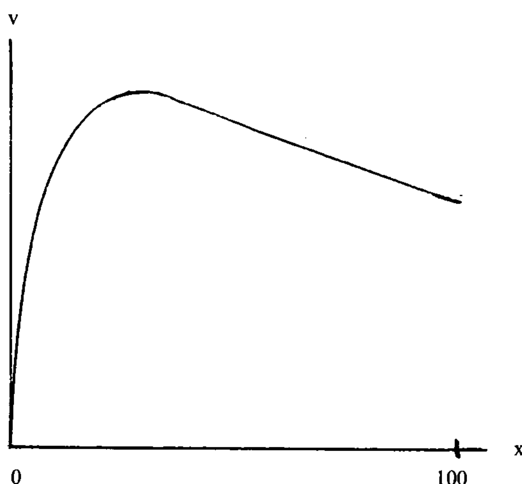
Leon van den Broek

Een atlete is gespecialiseerd op de 100 meter sprint. Haar trainer heeft gemerkt dat ze na 30 meter haar topsnelheid bereikt maar dat ze deze snelheid niet kan vasthouden. Hij onderzoekt haar sprint wetenschappelijk. De snelheid van zijn pupil noemt hij v (in meter per seconde) en het aantal afgelegde meters x. Hieronder staat het x-v-diagram. Een bijbehorende formule is:

$$v(x) = \frac{28000\sqrt{x}}{(x+90)^2}$$

Vraag

Hoe zou u op grond van deze formule berekenen welke tijd de atlete op de 100 meter maakt?



Probeert u alvorens verder te lezen zelf de 100-metertijd van de atlete uit te rekenen. Hieronder geef ik drie methoden. Voor elke andere houd ik mij aanbevolen.

Gebruik makend van differentialen

Fysici hebben met deze opgave geen problemen. Zij zijn immers gewend te goochelen met differentialen. Bijvoorbeeld als volgt: $v = \frac{dx}{dt}$, dus $dt = \frac{dx}{v}$, zodat de 100-metertijd is: $\int_0^{100} \frac{1}{v} dx$.

Met behulp van de kettingregel

Schrijf de identieke functie als ketting: $x \to t \to x$, waarbij t de tijd is over de eerste x meter van de sprint. De kettingregel levert:

$1 = x'(t(x)) \cdot t'(x) = v(x) \cdot t'(x)$, dus $t'(x) = \frac{1}{v(x)}$,

dus $t(100) = \int_0^{100} \frac{1}{v(x)} dx$.

Met afschattingen

We delen de 100 meter op in k stukjes van elk $^{100}/_k$ meter. Op elk van die stukjes is de snelheid van de atlete nagenoeg constant. Noem die constante snelheid op het n^{de} stukje v_n. Dan is haar tijd over het n^{de} stukje ongeveer $\frac{^{100}/_k}{v_n}$

De som van deze tijden is een benadering van de totaaltijd over de 100 meter. Hoe groter k, des te nauwkeuriger is die benadering. Met onder- en bovenschattingen kan dit hard gemaakt worden. Voor de 100-metertijd krijgen we:

$$\lim_{k\to\infty} \sum_{n=1}^{k} \frac{^{100}/_k}{v_n} = \int_0^{100} \frac{1}{v(x)} dx.$$

(Voor een zorgvuldige behandeling van integralen verwijs ik naar de Epsilon-uitgave 'Analyse voor Beginners' van A. van Rooij.)

Er doet zich nog een serieus probleem voor: $\frac{1}{v(x)}$ is niet gedefinieerd voor $x = 0$. Met andere woorden: $\int_0^{100} \frac{1}{v(x)} dx$ is een oneigenlijke integraal.

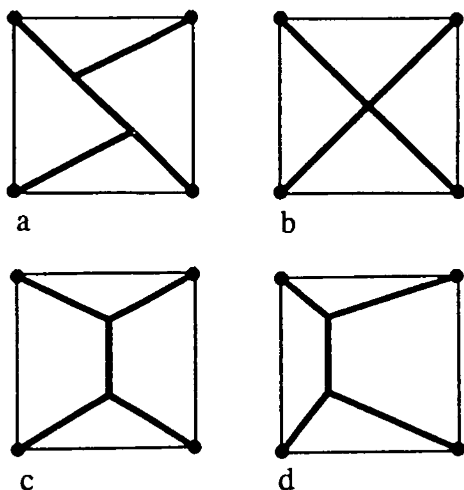
Voor de functie $v(x) = \frac{28000\sqrt{x}}{(x+90)^2}$ bestaat de integraal en levert als 100-metertijd $11\frac{1}{2}$ sec op.

▶ Functieonderzoek begint met de grafiek (II)[1]

Martin Kindt

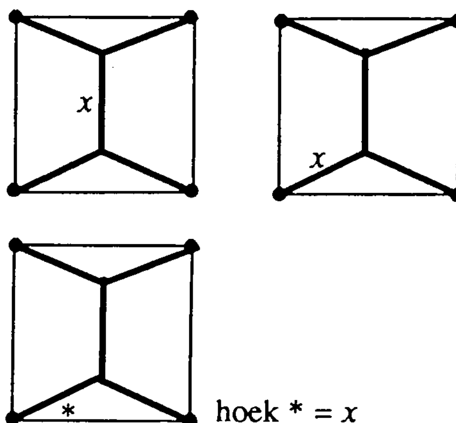
Optimaliseren

Een sterk trekje van de TI-81 is de mogelijkheid om het spoor van een grafiek te volgen. Indrukken van de knop TRACE doet een nerveus spinnetje op het scherm verschijnen dat zich over de grafiek laat sturen middels pijltjestoetsen en dat je ook kunt laten springen van de ene grafiek op de andere.



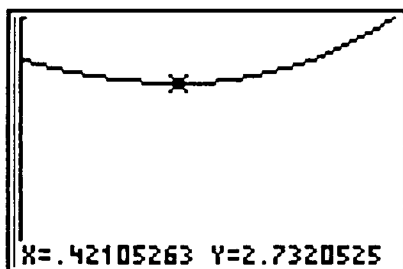
Onder op het scherm wordt keurig netjes de positie in coördinaten bijgehouden. Dat geeft de mogelijkheid om snijpunten van grafieken, toppen en buigpunten (via toppen van de hellinggrafiek!) af te lezen. De nauwkeurigheid kan moeiteloos via inzoomen worden opgevoerd!
Laat ik dit illustreren aan de hand van een klassiek optimaliseringsprobleem, namelijk dat van het vinden van het kortste net van verbindingswegen tussen de vier hoekpunten van een vierkant met zijde 1. Hiernaast staan een paar mogelijkheden.

De gevallen b. en c. zijn duidelijk gunstiger dan a. en d. De vergelijking van b. en c. is wat spannender. Het lijkt geen slecht idee om van een situatie als c. uit te gaan, met een symmetrisch net (b. is op te vatten als bijzonder geval daarvan met verticaal tussenstuk gelijk aan 0), een variabele in te voeren, de totale afstand uit te drukken in die variabele en vervolgens het minimum van die afstand op te sporen.



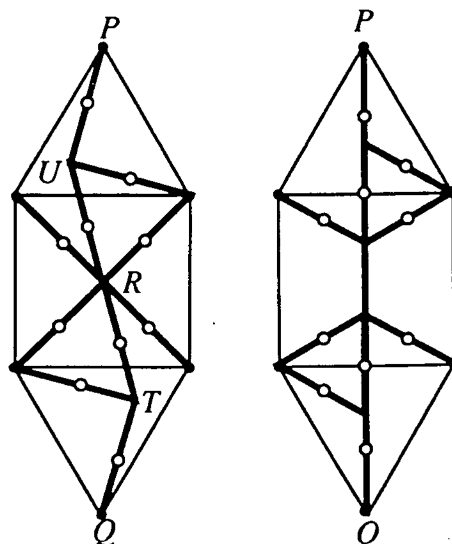
In de figuur zijn drie mogelijke startvariabelen vastgelegd. Bij elk van de keuzen is een formule te vinden en verder kan de TI-81 het werk doen.
De formules voor de totale lengte Y worden respectievelijk:
$Y_1 = X + 2 \cdot \sqrt{(1 + (1 - X)^2)}$;
$Y_2 = 4X + 1 - 2\sqrt{(X^2 - 0.25)}$;
$Y_3 = 1 - \tan X + 2/\cos X$

In het eerste geval komt er bijvoorbeeld (met range X van 0 tot 1 en range Y van 2 tot 3):

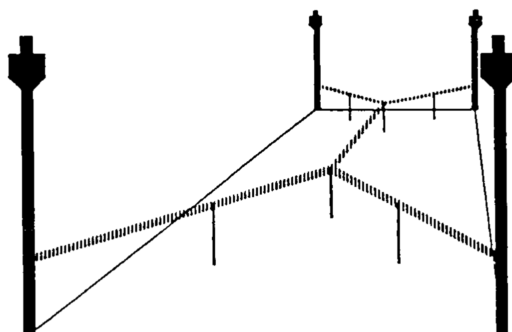


Het minimum is bij benadering 2.732 voor X = 0.421.
In het tweede geval (nu met range X van 0.5 tot 1) wordt het minimum van 2.732 bereikt voor X = 0.579.
In het derde geval (range X van 0 tot 0.786 ofwel 0.25π) heeft het laagste spinnetje de coördinaten 0.521 en 2.732.
Bij een les over dit probleem zou het natuurlijk prachtig zijn als de opties voor de drie startvariabelen zo'n beetje gelijk verdeeld zijn. Vergelijking van de uitkomsten krijgt dan iets spannends. Het minimum is drie keer hetzelfde en dat stemt tot grote tevredenheid, maar hoe zit het met de gevonden X? Het verband tussen bijvoorbeeld de 0.579 (tweede geval) en de 0.521 (derde geval) kan even worden bekeken: inderdaad: $0.579 * \cos(0.521)$ is ongeveer 0.5! Trouwens, als je die radialen hier niet zo aardig vindt, bestaat er nog de mogelijkheid een grafiek met graden langs de X-as te krijgen; de optimale X lijkt nu 30° te zijn.
Het maximum van 2.732 doet me nu plotseling sterk aan $1 + \sqrt{3}$ denken. De hoeken die drie samenkomende wegen in één punt met elkaar maken is 120° en dat ruikt naar zeepvliezen.[2] Een aanschouwelijke demonstratie dat het optimale wegennet net iets korter is dan de beide diagonalen krijg je door twee gelijkzijdige driehoeken aan het vierkant te plakken.

De twee diagonalen zijn in de linkerfiguur met behoud van lengte getransformeerd in de weg van *P* naar *Q* via *T*, *R* en *U*. Hetzelfde is in de rechterfiguur gebeurd met het vijf-wegennet en dat blijkt even lang te zijn als ze weg linea recta van *P* naar *Q*!

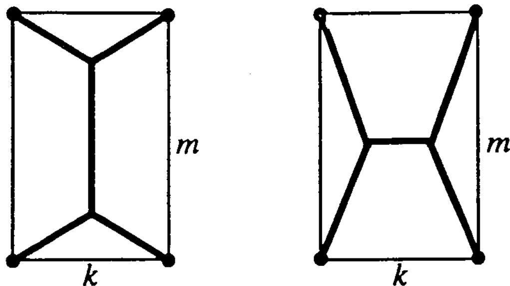


Andere wegennetten (dus met een andere uitgangshoek dan 30°) leiden tot een omweg van *P* naar *Q* en daarmee is een meetkundig bewijs bij dit optimaliseringsprobleem geleverd.
Ook hier zijn er weer verschillende aantrekkelijke mogelijkheden tot generalisatie.



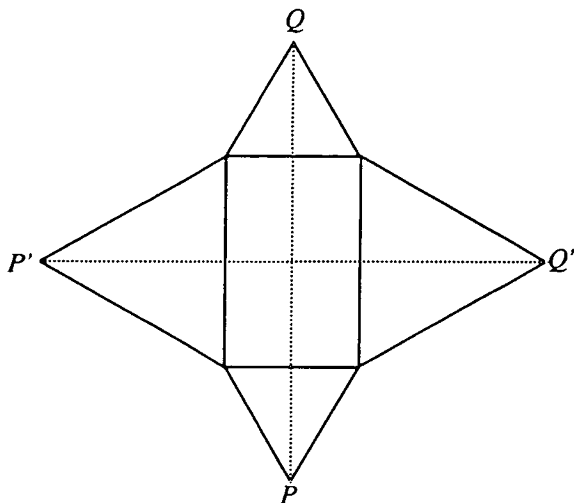
Het plaatje met de vier uitkijktorens op de hoekpunten van een rechthoekig veld suggereert dat het gaat om een qua lengte zo zuinig mogelijk loopbruggensysteem.

Omdat de rechthoek minder systematisch is dan het vierkant vinden we nu twee 'optimale' oplossingen.



Welke is de echte optimale?

Rekenen leidt tot vergelijking van $m + k\sqrt{3}$ en $k + m\sqrt{3}$ en omdat $k < m$ is het wegennet in de linkerfiguur het kortst. Meetkundig is dit weer fraai te illustreren door vier gelijkzijdige driehoeken op de zijden van de rechthoek te zetten:



$PQ < P'Q'$ zoals kan worden gedemonstreerd met een vierkant beschreven om de rechthoek, waarvan de diagonalen langs PQ en $P'Q'$ vallen.

Wat ik met dit voorbeeld heb willen aantonen is dat er bij intensief gebruik van de TI-81 nog genoeg echte wiskunde overblijft. (Wat dacht u bijvoorbeeld van het kortste wegennet dat de acht hoekpunten van een kubus verbindt?)

Didactische notitie nummer zeven: *optimaliseringsproblemen met een meetkundige achtergrond (en dat zijn er zeer vele) kunnen technisch met behulp van de grafische rekenmachine worden opgelost en vervolgens dient de oplossing op zijn meetkundige merites te worden bekeken; aldus kan er op natuurlijke wijze een dwarsverband worden gelegd tussen analyse en meetkunde (al of niet ruimtelijk).*

Samenvatting

Dit zijn wat eerste gedachten over een mogelijk gebruik van een goede grafische rekenmachine bij wiskunde B. Ik heb me beperkt tot het onderzoek van functies van één variabele en ben daarbij nog zeer onvolledig geweest. Asymptoten en limieten bijvoorbeeld is ook een onderdeel waarop de grafische rekenmachine een nieuw licht zou kunnen werpen, maar daarover misschien in een volgend artikel. Hetzelfde geldt voor de parametervoorstellingen van krommen, waarvoor de TI-81 een aparte tekenstand heeft en die het mogelijk maakt dat klassieke krommen als cycloïde, cardioïde, enz. toegankelijk worden! Van het traditionele functieonderzoek (voor een deel nu een ritueel gebeuren) zal niet veel overblijven als de grafische zakrekenmachine tot de gewenste leermiddelen behoort. Het maken van een tekenverloop van functie en afgeleide zal niet langer een zinvolle bezigheid zijn. Ongelijkheden worden met grafieken opgelost (zo hoorde het naar mijn gevoel altijd al). Waar voorlopig vermoedelijk nog behoefte aan blijft (tenminste bij wiskunde B) is het exact oplossen van een vergelijking. Daar kan weer verandering in komen als er machines van dit formaat, en van deze prijsklasse komen die ook algebraïsche expressies kunnen verwerken en toegerust zijn met een Derive-achtig programma. Of is dié toekomstmuziek alleen geschikt voor het tertiair onderwijs? Zoals een rekenmachine die met 'gewone breuken kan manipuleren in het algemeen slechts in het v.o. gebruikt wordt en niet in het basisonderwijs, en zoals een zakcomputer met de allure van de TI-81 om didactische reden misschien wel ongewenst is in de onderbouw. Maar ook al blijft een nog meer geavanceerde machine voorbehouden aan h.b.o. en w.o., dan nog zal dit repercussies hebben voor het wis-

kundeonderwijs in het voortgezet onderwijs: want waarom leerlingen lastige functies laten differentiëren en integreren als ze het in de vervolgopleiding met een automaat mogen doen?

Wat moet er gebeuren om dit artikel geen brainstorm in een glas water te laten zijn? Om te beginnen zouden er kleine experimentjes in de school kunnen plaatsvinden (die zijn trouwens inmiddels aan de gang en worden gestimuleerd door het Freudenthal Instituut). Ik ben er van overtuigd dat er een schat aan mogelijkheden door de leraren zelf zal worden ontdekt. Daarna zal er systematisch moeten worden onderzocht wat de consequenties voor (de interpretatie van) het curriculum zijn en wat het nieuwe gezicht van de eindexamens wiskunde-B zou kunnen worden.
Er zou bijvoorbeeld een bescheiden experiment geëntameerd kunnen worden door de NVvW waarbij een paar scholen een examen wiskunde B mogen doen dat geënt is op het gebruik van een grafische rekenmachine.
Voor Wiskunde A zou men voorlopig kunnen volstaan met het geven van toestemming een grafische rekenmachine met de mogelijkheid tot matrixrekening en statistische berekeningen op het eindexamen te gebruiken.

Noten

1. Deel I van dit artikel staat in nummer 7 van deze jaargang.
2. Zie bijvoorbeeld het klassieke boek van Courant en Robbins: 'What is Mathematics?'

▶ Zicht op het veld

A. B. Oosten

Jaarvergadering 1

In januari is mijn clubblad altijd wat dikker dan in de rest van het jaar. Oorzaak hiervan is de aan het eind van de maand te houden jaarvergadering, waarvoor de begrotingen, verslagen en dergelijke onder de aandacht van de leden moeten komen. Dit jaar is er zelfs sprake van een inlegvel, waarin gewag wordt gemaakt van het aftreden van het gehele bestuur en van de aanstelling van een 'informateur'. Dat riekt naar crisis. Waarschijnlijk zal de jaarvergadering een grote opkomst te zien geven en zullen de gemoederen hoog oplopen. Dat is niet ongebruikelijk. Voor- en tegenstanders kunnen elkaar soms duchtig de les lezen over onderwerpen waarvan de buitenstaander niet onmiddellijk had begrepen dat ze tot tweespalt in een tennisclub aanleiding zouden geven. Zo geven bijvoorbeeld de pro's en contra's van baanverlichting aanleiding tot zeer principiële beschouwingen over het zicht op het veld.
Hoe anders is de jaarvergadering van die andere club waarvan ik lid ben. Om kwart over tien heeft het gezelschap de koffie genoten en kan de voorzitter zijn jaarrede houden. Daarna wordt onder terecht applaus de penningmeester gedechargeerd en eveneens onder applaus het erelid benoemd. Een enkele keer wordt daarna nog een motie aangenomen waarin de staatssecretaris wordt gemaand iets

te doen of juist na te laten, maar direct daarna gaat de vergadering dan tevreden 'over tot de orde van de dag'. Om kwart voor elf schuift het bestuur wat terzijde en kan begonnen worden met iets van echt belang: de studiedag. Van vier tot half vijf 's middags vindt dan de rondvraag plaats, waarbij desgewenst nog een toelichting wordt gegeven op de kwaliteit of de verpakking van de lunch.
De culturen van beide verenigingen zijn overduidelijk nogal verschillend. Kan de visie van het bestuur op het door de vereniging te voeren beleid de aanwezige tennissers in grote vervoering, of in ieder geval grote beroering, brengen, bij de wiskundeleraren spreekt men niet over dergelijke trivialiteiten. Toch is het daar kennelijk ook niet altijd pais en vree, getuige een citaat uit de jaarrede 1991:
'Helaas zijn er meningsverschillen tussen het bestuur en de redactie van Euclides betreffende algemene beleidszaken geweest. Bij de redactie was er weinig duidelijkheid over de manier waarop het bestuur reageerde op allerlei ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs. De redactie was verder van mening dat de vereniging zich vrijwel geheel moest bezig houden met zaken die docenten in de tweedegraadssector bezig houden. Het bestuur daarentegen is de mening toegedaan dat de NVvW er is voor alle wiskundedocenten en dat hoogstens tijdelijk een speciale groep extra veel aandacht op mag eisen. Deze beleidszaak o.a. heeft tot gevolg gehad dat de voorzitter van de redactie Auke Oosten en de secretaris Pieter de Roest uit de redactie gestapt zijn.'
Dat is nogal wat: voorzitter en secretaris beiden weg. Dat riekt naar crisis. Gelukkig valt dat mee: een ervaren oud-hoofdredacteur wordt voorzitter en tussen het bestuur en de redactie vinden gesprekken plaats om de zakelijke meningsverschillen uit de weg te ruimen. Een storm in een glas water dus, niet iets om verder nog aandacht aan te besteden. Of toch? Ik vind van wel.
Het is in het verdere verloop van dit verhaal niet mijn bedoeling oude koeien uit de sloot te halen of mij met de relatie tussen de huidige redactie en het bestuur te bemoeien. Wel wil ik een paar achtergronden achter het conflict belichten, omdat ik denk dat het voor de toekomst van de vereniging en Euclides van belang is dat er over nagedacht wordt. Aan dat denkproces wil ik een eenmalige bijdrage leveren.

Clubbladen

De begrotingen van mijn beide verenigingen zijn ongeveer even groot. Het bestedingspatroon verschilt echter grondig. Het periodiek van de tennisclub vergt 2% van de inkomsten, Euclides soupeert 61% van de totale verenigingsbegroting op, waarvan 4% voor de redactiekosten. Voegt men hieraan nog toe de administratiekosten van de vereniging (13%) en de bestuurskosten (8%), dan komt men op 82%. Voor andere activiteiten blijft dus maar een klein bedrag beschikbaar.
Het grote aandeel van Euclides in de bestedingen van de vereniging leidt tot de conclusie dat het blad wel erg belangrijk voor de leden moet zijn. In hoeverre dat het geval is weten we niet.
Een andere conclusie is dat het bestuur wel een groot deel van haar aandacht zal besteden aan het clubblad, gelet op het aandeel in de exploitatie. Dat is onjuist. Het bestuur besteedt praktisch geen aandacht aan het blad, althans heeft dat in de zes jaar waarin ik deel uitmaakte van de redactie niet gedaan. De redactie kan dit als compliment opvatten, als blijk van vertrouwen. Van de grote vrijheid kan gebruik gemaakt worden door het redactionele beleid zelfstandig in te vullen. Dat is in de afgelopen jaren ook het geval geweest, waarbij ik wil opmerken dat met de elkaar opvolgende verantwoordelijke medewerkers van de uitgeverij veelvuldig en constructief overleg is geweest. Zij hebben wezenlijk bijgedragen tot de koersbepaling door de redactie.

Van oudsher zijn de lezers van Euclides de leraren voortgezet onderwijs in Nederland. Vroeger hbs en gymnasium, tegenwoordig havo en atheneum. Weliswaar werd in de jaren zestig aan mavoleraren toegestaan om lid van de vereniging te worden, een groot succes is deze 'doorbraak' nooit geworden. Nog steeds zijn vereniging en clubblad bolwerken van de eerstegraadssector. Op zich is daar niets op tegen, we zouden zo nog jaren door kunnen gaan. Er zijn echter redenen om aan te nemen dat er in de omgeving van de vereniging zodanige veranderingen optreden dat voor de continuïteit gevreesd moet worden. Ik onderscheid daarbij meer principiële redenen en meer pragmatische. Op beide wil ik nader ingaan.

●

Principieel

Zowel bij de vereniging als bij Euclides is de didactiek van de wiskunde altijd het hoofdonderwerp geweest. Een van de eerste docenten in dit vak, dr. Joh. Wansink, was jarenlang voorzitter van de redactie. In het voorwoord van deel 1 van zijn Didactische Oriëntatie schrijft hij over de bronvermeldingen in zijn boeken: 'In de lectuurlijsten treden Nederlandse publikaties op de voorgrond. Het aantal verwijzingen naar het didactisch tijdschrift Euclides is daardoor relatief groot.' Wansink was didactiekdocent, maar voor alles was hij wiskundeleraar. Een groot deel van zijn driedelige standaardwerk gaat over onderwerpen uit de wiskunde: 'Het hoofdaccent is gevallen op de behandeling van enige problemen die men gevoeglijk onder het hoofd *methodiek* zou kunnen rangschikken' schrijft hij zelf.

In de 25 jaar die sinds het verschijnen van de boeken van Wansink zijn verstreken is er veel veranderd. Aan universiteiten zijn afdelingen gekomen die zich bezig houden met de didactiek van de wiskunde en daar onderzoek naar verrichten. Instellingen in de zogenaamde verzorgingsstructuur van het onderwijs houden zich full-time bezig met leerplan- of toetsontwikkeling. De wiskundeleraar die liefhebbert in de didactiek is daarmee een uitstervende soort geworden.
De redactie van Euclides heeft enkele jaren geleden als consequentie uit de ontwikkelingen getrokken dat de ondertitel 'Tijdschrift voor de dicactiek van de wiskunde' beter kon verdwijnen en dat is ook gebeurd. Wij zagen het niet als onze taak (tussen-) resultaten van specialistisch wetenschappelijk onderzoek te publiceren. Daarvoor kon te weinig belangstelling van de lezers verwacht worden.
Niet alleen voor Euclides hebben de veranderende tijden consequenties, dat zou ook voor de vereniging het geval moeten zijn volgens de redactie.
Dat de redactie niet alleen stond in haar opvattingen over taak en plaats van de Vereniging is gebleken uit het artikel van Anne van Streun, jaargang 65, nummer 7: *Wishful thinking en nieuwe leerplannen.*
Kern hiervan was voor mij de door hem genoemde stelling:
'Onze vakvereniging vormt al jaren geen onafhankelijk tegenwicht meer tegen leerplanontwikkelaars en vertegenwoordigt slechts een klein percentage (voornamelijk eerstegraads) wiskundedocenten. (...) We hebben creatieve ontwerpers genoeg (kijk maar naar Hewet en Hawex), maar we missen bestuurders die namens en samen met de docenten eisen stellen aan de realiseerbaarheid, de relevantie en de samenhang van een nieuw leerplan.' (blz. 187)
Naar aanleiding van dit artikel ontstond er in de volgende nummers een voor wiskundeleraren ongewoon felle discussie, waaraan namens het bestuur werd deelgenomen door de voorzitter. In een discussie hoort net als in een tenniswedstrijd op de bal gespeeld te worden. Als de toon feller wordt willen de spelregels echter wel eens wat ruimer geïnterpreteerd worden, wat de kwaliteit van het spel dan meestal niet ten goede komt.
Mij is in de door Van Streun aangezwengelde discussie niet duidelijk geworden wat het standpunt van het bestuur, laat staan dat van de vereniging is. Is het bestuur het eens met de uitspraak dat het beleid met betrekking tot het wiskundeonderwijs en de veranderingen daarin tegenwoordig grotendeels buiten de vereniging tot stand komen? Dat de vereniging zich in dit opzicht kritisch dient op te stellen en dat het verenigingsorgaan van die kritische opstelling de weerspiegeling dient te zijn? Dit is niet het beeld dat uit de bijdrage van de voorzitter aan de hier aangehaalde discussie naar voren komt. Het is wel de opstelling van de redactie van Euclides geweest in de afgelopen paar jaar. Is het goed dat vereniging en verenigingsorgaan in dit opzicht een verschillende koers varen? En vooral ook: er dient zicht te komen op wat het veld ervan vindt.

Pragmatisch

De negen nummers van Euclides kosten per jaar meer dan een ton. Uit de begroting voor 1991/1992 blijkt dat de penningmeester uitgaat van 3000 leden. Dit aantal staat al jaren onder druk en dat is gemakkelijk te verklaren. Bij de invoering van de HOS in 1985 is de onderbouw van havo en vwo tot

derdegraadsgebied verklaard. Later is dat tweedegraads geworden, maar dat is slechts een kosmetische behandeling geweest. Essentieel is dat de tweedegraads docenten aan de nieuwe lerarenopleidingen worden opgeleid en dat ze voor minstens 14/29e van hun baan in het adequate functiegebied les moeten geven. Dit leidt er automatisch toe dat de oude eerstegraads docenten naar de bovenbouw verdwijnen en dat de toekomstige behoefte aan eerstegraders slechts een beperkt deel van de huidige generatie zal zijn. En dat is maar goed ook, want ze worden nauwelijks meer opgeleid. In het hele land volgen nog geen tien afgestudeerde wiskundigen de didactiek-opleidingen. Het is goed dat Wansink dat niet meer mee hoeft te maken.

Een teruglopend aantal leden van de vereniging is dus zeer waarschijnlijk. Daarmee loopt de financiële basis van Euclides groot gevaar. De kosten zullen in de komende jaren zeker niet dalen. Bij dalende inkomsten wordt de druk van het blad op de verenigingsbegroting dan alleen nog maar groter.
Enkele jaren geleden heeft dit probleem zich ook al voorgedaan. Het is toen 'opgelost' door het aantal nummers van tien naar negen per jaargang terug te brengen. Deze truc kan echter slechts een eindig aantal malen worden herhaald, waarbij het enerzijds wel zo is dat de relatieve besparing iedere keer groter wordt, maar dat het anderzijds voor de redactie niet erg stimulerend is.

Tegen deze achtergrond moet mijn standpunt gezien worden dat de vereniging zich in hoge mate zou moeten richten op de tweedegraders. Voor hen is het niet zo vanzelfsprekend om lid te worden als dat altijd voor de eerstegraadssector het geval is geweest. Van het huidige ledenbestand kan op grond van de ervaringen uit het verleden een grote mate van trouw aan de club worden verwacht, ook wanneer het accent zou worden verlegd. Overigens zal de onderbouw in de komende jaren ook wegens de invoering van de basisvorming veel aandacht vragen.

De bestuursuitspraak dat 'de NVvW er is voor alle wiskundeleraren' is een open deur waar ik persoonlijk niets mee kan. Het is een alibi voor het niet voeren van een beleid. Zo doet de vereniging in het geheel niets voor de wiskundeleraren in het hoger, middelbaar en lager beroepsonderwijs. De uitspraak 'is er voor alle wiskundeleraren' is alleen al daarom nogal aanmatigend.
Is er zicht op wat het veld hiervan vindt?

Jaarvergadering 2

Ik zou de voorzitter van de vereniging willen uitdagen in zijn eerstvolgende jaarrede aandacht aan de in het voorgaande uiteengezette problematiek te besteden. Hij zou met de traditie kunnen breken om een visie te geven op de ontwikkelingen in onderwijskundig wiskundeland. COW, VALO, Hawex, Hewet, staatssecretaris en minister zouden zich wel een jaar kunnen redden zonder de aanwijzingen van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Voor mij is het echter een grote vraag hoe lang de Vereniging zelf nog verder kan zonder een visie op de vraag hoe het ledenbestand er anno 1994 uit zal zien en wat die leden dan geboden moet worden.
Ik ben ervan overtuigd dat de leden er voor één keer wel mee zouden kunnen instemmen om pas om elf uur met de studiedag te beginnen. Sterker nog: misschien willen ze wel een studiedag aan dit onderwerp besteden.

▶ Naschrift

In het artikel 'Zicht op het veld' zet A. B. Oosten een aantal gedachten op papier die ook in een gesprek tussen de redactie van Euclides en het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op 2 februari 1991 aan de orde zijn geweest.
In plaats van in te gaan op alle details van het artikel zal dit naschrift zich tot de kern beperken. Tijdens het eerder genoemde gesprek stond de vraag centraal wat de doelgroep van de vereniging moet zijn. Het antwoord op deze vraag was een breekpunt tussen Oosten en het bestuur.
Het bestuur had, en heeft nog steeds, de mening dat de vereniging er is voor alle docenten wiskunde aan

scholen als bedoeld in de Wet op het Voortgezet Onderwijs (art. 5 van de statuten). Hiernaast erkent het bestuur dat de vereniging een gedeelte van deze doelgroep nog onvoldoende bereikt. Dit komt niet omdat de vereniging geen belangstelling voor deze docenten zou hebben, maar misschien voornamelijk omdat deze docenten vaak in meerdere vakken lesgeven, en meer geïnteresseerd zijn in een vereniging die zich voor hun schooltype inzet, dan in een vereniging die één van hun vakken behartigt. Zowel voor het bestuur als voor de redactie ligt er een belangrijke taak om hier een doorbraak te bereiken.
Dat Oosten de uitspraak 'voor alle wiskundeleraren' een open deur vindt, waar hij persoonlijk niets mee kan, is jammer, maar dat hij dit een alibi noemt voor het niet voeren van beleid is onjuist, evenals zijn opmerking dat de vereniging niets doet voor het beroepsonderwijs.

In de laatste vijfentwintig jaar is er veel veranderd. Dit hebben vooral de docenten ondervonden, en het heeft niet alleen voor Euclides consequenties gehad, maar zeker ook voor de vereniging. Oosten behoeft slechts jaarverslagen, notulen van jaarvergaderingen en Van de bestuurstafel's te bekijken en vooral ook de toename van het aantal regionale bijeenkomsten, om dit te zien. Voor de vereniging heeft het ook betekend dat het aantal leden gestegen is van nog geen 700 tot ruim 3200.
Oosten doet de uitspraak dat van het huidige ledenbestand op grond van ervaringen uit het verleden een grote trouw aan de club kan worden verwacht, ook wanneer het accent zou worden verlegd. Deze uitspraak is hopelijk juist wanneer de vereniging tijdelijk aan een speciale groep extra aandacht gaat besteden. Zij houdt echter niet in dat de vereniging zich voortdurend in hoge mate op tweedegraders kan gaan richten, zoals Oosten voorstelt.
Als Oostens tennisclub zich met het oog op de toekomst in hoge mate gaat richten op de inwoners van Roden en er voor de inwoners van Peize bijna geen tennisbanen meer beschikbaar zijn, zal Oosten – als inwoner van Peize – snel zijn club in de steek laten.

Tijdens de Hewet- en Hawex-ontwikkelingen heeft het eerstegraadsgebied veel aandacht gekregen, terwijl momenteel door de plannen van de COW en het team W12-16 de meeste aandacht aanhet tweedegraadsgebied wordt besteed. Het bestuur blijft echter van mening dat de vereniging er is voor alle wiskundeleraren.
Daarom staat het bestuur altijd open voor elk concreet voorstel om de totale doelgroep beter te bereiken.

Het bestuur van de Nederlandse
Vereniging van Wiskundeleraren

▶ Korte reactie op het naschrift

1 Mijn bijdrage bevat meer kernpunten dan het bestuur heeft opgepikt. Met het niet ingaan op het aspect 'taak en plaats van de Vereniging' volgt het bestuur een consequente, maar weinig inspirerende lijn.
2 Gesuggereerd wordt dat er sprake is van een regelmatige stijging in 25 jaar van het aantal leden van 700 naar 3200. Dit is misleidend. In de jaren tachtig heeft een aanzienlijke daling plaatsgevonden.
Overigens: in de NRC van 2 maart 1992 lees ik dat het aantal studenten voor eerstegraads wiskundeleraar in een jaar tijd gestegen is van 34 naar 57. Het bestuur zal daar naar ik aanneem moed uit putten. De vervangingsbehoefte is 160 per jaar.
3 Mijn interpretatie van de alinea over de tennisclub van Peize is dat het bestuur bang is het kind met het badwater weg te gooien door zich teveel te richten op de tweedegraadssector. Ik denk dat de vereniging hiervoor beloond zal worden met het loon van de angst.
4 Ik ben ervan overtuigd dat het bestuur van de tennisvereniging van Peize de belangen van de leden voortreffelijk behartigt. Ik ben geen lid van deze vereniging.

A.B. Oosten

● Serie ● ● ● ● ●

'Begrijpen'

▶ Gezocht en niet gevonden

Piet van Wingerden

Wij, wiskundeleraren, willen onze leerlingen wiskunde leren. Klassiek of modern, in passende werkvormen of zo maar wat aanrommelend. De accenten kunnen verschillen. De een wil de leerlingen een heleboel kennis en vaardigheden laten verwerven, de ander zoekt naar mogelijkheden om een goede attitude te bevorderen. Maar we willen allen dat de leerlingen het begrijpen.
Ondertussen ben ik op zoek naar een antwoord op de vraag: Wat is begrijpen?
Misschien moet ik eerst eens proberen na te gaan, wat er gebeurt in een mensenhoofd (of in een mensenleven), als er wiskunde-onderwijs wordt gegeven. Verandert er iets? Wordt er iets ontwikkeld? Hoe definitief is die ontwikkeling?
Op deze zoektocht zal ik proberen te kijken naar hoe leerlingen elkaar helpen, naar hoe leraren wiskunde onderwijzen en naar wat lerarenopleiders hun studenten voor houden.

Als leerlingen elkaar helpen, wordt door de hulpverlener meestal de weg gewezen naar het goede antwoord. De hulpverlener is zich bewust, dat hij een begaanbare en herkenbare weg moet aangeven. Ik heb niet vaak meegemaakt, dat iemand zijn medeleerling erkentelijk was voor hulp en voor aanwijzingen die niet op het goede antwoord uitkwamen.
'Fijn, Kees, we zijn weliswaar verdwaald, maar ik heb heel wat geleerd.'
Vaders, die leerzaam willen ronddwalen bij huiswerkhulp, roepen veel irritatie op bij hun kroost.
'Zeg nou maar meteen hoe ik het doen moet!'
Hoe helpen leraren eigenlijk?
Hoe is tegenwoordig de filosofie van wiskunde onderwijzen?
Ik denk dat het bijbrengen van regels en voorschriften, en die leren toepassen, niet zo in is. De leraar wijst niet de route aan. De leerling moet zelf denkstrategieën vinden. Het is de taak van de leraar de leerling aan te zetten tot activiteiten, die hem er toe brengen zich te ontplooien tot inzichtelijk handelen op het wiskundeterrein. Dat vereist geduld bij de leraar. En een grote terughoudendheid om niet de eigen kennis en vaardigheden snel over te dragen.

Is er bij de opleiders van aanstaande wiskundeleraren nu een zelfde terughoudendheid? Of is dat juist ongewenst?
Is het als in de medische faculteit?
Goede huisartsen mogen moderne opvattingen hebben over wat zieke mensen eigenlijk zijn. Maar een groot deel van de artsenopleiding wordt mooi benut om ziekteverschijnselen te leren herkennen met de erbij passende geneesmiddelen, behandelingen en operaties.
Om te voorkomen, dat de nieuwe leraar zal verzanden in het geven van regels en voorschriften, krijgt hij misschien daarom juist duidelijke regels en voorschriften mee:
'Doe het op deze (goede) manier en doe het niet op die (verkeerde) manier . . .'.

En nu weet ik nog steeds niet wat er in een mens verandert door het wiskunde-onderwijs.
Toch denk ik dat een onderzoek daarnaar zou kunnen helpen bij het zoeken naar een antwoord op de vraag 'Wat is begrijpen?'

▶ Verslag symposium aansluiting havo-hbo

Victor Schmidt

Gerrit Roorda is een student wiskunde aan de Rijksuniversiteit Groningen. Hij is een van de weinige studenten die gekozen hebben voor de afstudeerrichting Educatief Ontwerpen, die door de didactici van de vakgroep wiskunde wordt verzorgd. Zijn afstudeeronderzoek betreft een studie naar de aansluiting tussen het onderwijs in de vakken wiskunde A en B en het onderwijs in (vooral) het eerste jaar van het hbo. In zijn scriptie beschrijft Roorda de nieuwe vakken op het havo, de inhoud van de curricula wiskunde in de propaedeuse van diverse studierichtingen en de door hem verwachte aansluitingsproblemen. Tevens doet hij naar aanleiding van de door hem verrichte veldstudie onder decanen uit het voortgezet onderwijs en docenten wiskunde, statistiek en andere vakken uit het hbo een aantal aanbevelingen.

Het afsluiten van het afstudeeronderzoek was voor Gerrit Roorda en zijn begeleidend docent Anne van Streun reden om de bevindingen uit het onderzoek in een middagsymposium voor te leggen aan belangstellenden, waaronder docenten uit het voortgezet onderwijs, uit het hoger beroepsonderwijs, decanen en auteurs van lesmethoden wiskunde voor het hbo. Het symposium vond 3 december j.l. plaats aan de universiteit van Groningen. Ruim dertig deelnemers bleken de aan de orde te stellen aansluitingsproblematiek van een zodanig belang, dat zij er de reis van vaak ver voor over hadden om de bijeenkomst bij te wonen.

Havo A en B

Van Streun en Roorda hielden elk een inleiding. Eerste spreker gaf een korte samenvatting van de ideeën achter de herinrichting van de wiskundevakken op het havo. Wiskunde B zou zich richten op vervolgstudies in de technische sfeer en op nlo's, wiskunde A is een vak bedoeld voor leerlingen, die in hun vervolgopleidingen niet veel meer met wiskunde te maken zouden krijgen. In tegenstelling tot de pendanten van beide vakken op het vwo is wiskunde B moeilijker dan wiskunde A. Eerstgenoemd vak zou zich – voòr wat betreft de analyse – zelfs kunnen meten met wiskunde A op het vwo. Het ligt in de bedoeling dat ongeveer een derde van de leerlingen dit vak kiest. Dit streefpercentage ligt voor wiskunde A op 55%. Het aantal leerlingen dat het havo verlaat zonder wiskunde in het eindexamenpakket zou van 35% terug moeten lopen naar ongeveer 10%.

Gerrit Roorda ging in zijn inleiding in op de door hem onderzochte aansluitingsproblematiek. In een overzichtelijk schema had hij de wensen en verlangens met betrekking tot de keuze van wiskundevakken in de diverse sectoren van het hbo op een rijtje gezet. Het technisch onderwijs en de lerarenopleidingen stellen wiskunde B verplicht, de pabo's en sociale academies kunnen goed uit de voeten met wiskunde A en de economische en agrarische sector zijn toegankelijk met één van beide vakken.

Meningen

In zijn onderzoek had Roorda een aantal meningen gepeild. Het belangrijkste probleem, waardoor de aansluiting tussen havo en hbo in het algemeen niet goed verloopt, zou niet zozeer veroorzaakt worden door de inhoud van het onderwijs, als wel door de studiehouding en -cultuur van de leerling, die inmiddels student wordt genoemd. Daarnaast is de

organisatie van het onderwijs op een hogeschool anders dan die op een school voor het voortgezet onderwijs. Een aankomend student krijgt te maken met nieuwe werkvormen en een hoog tempo.

In het hoger technisch onderwijs bestaat er twijfel over de vraag of de studenten met wiskunde B de stof nu beter zouden beheersen dan in de oude situatie. Met het oude programma kon het hto ook uit de voeten, alleen bleken de studenten de wiskunde niet voldoende te beheersen.

Het hoger economisch onderwijs en de hogere agrarische scholen vallen een beetje tussen de wal en het schip. Studenten met wiskunde B hebben een royale ondergrond op het gebied van de toegepaste analyse, studenten met wiskunde A daarentegen hebben meer statistiek gehad. Een van de geïnterviewden deed in het onderzoeksrapport de suggestie de A-studenten op het terrein van de analyse en de B-studenten op het terrein van de statistiek bij te spijkeren en vervolgens gezamenlijk het programma wiskunde en statistiek te laten volgen. Een andere suggestie was de studenten met wiskunde A het deficiëntiesysteem in te sluizen, zoals de betreffende hogeschool dat hanteert. Een derde geïnterviewde suggereerde de inhoud van wiskunde op het heao aan te passen.

De pabo's tenslotte lijken erg tevreden met het programma zoals dat voor wiskunde A is vastgesteld.

Discussie

Tijdens de discussie onder leiding van Van Streun werd een aantal aandachtpunten aan de orde gesteld. Zo vroeg de discussieleider de aanwezigen naar hun mening over de noodzaak van het aanleren van algoritmische vaardigheden, mede gezien in het licht van de computeralgerba. Op de hts in Leeuwarden bleek men in één van de studierichtingen al gebruik te maken van de mogelijkheden van het computerpakket 'Maple'. Andere aanwezigen waren nog niet zover en besteden een niet onaanzienlijk deel van hun colleges aan het inoefenen van vaardigheden. Het gebruikelijke gelamenteer over het gebrek van algoritmische vaardigheden bleef gelukkig wat op de achtergrond. Iedereen bleek de mening toegedaan dat een bepaald minimum aan vaardigheden noodzakelijk bleef. Waar de grens van noodzakelijk en onnodig zou moeten worden getrokken was onduidelijk.

De vraag of studenten met wiskunde B de stof nu beter zouden beheersen dan in de oude situatie, welk probleem door het hto werd aangedragen, lijkt met de nodige aarzeling positief beantwoord te kunnen worden. In Enschede was men niet ontevreden over de studenten die van de experimenteerscholen afkomstig zijn. Een docent uit het voortgezet onderwijs gaf een voor de hand liggende verklaring. Omdat niet elke leerling wiskunde B kiest, wordt hij –de docent– in de les minder opgehouden door leerlingen die vroeger wel wiskunde deden, maar dat eigenlijk niet aan konden. De discussie over ruimtemeetkunde in wiskunde B verliep minder eensgezind. Toen de docenten uit het hto vraagtekens plaatsten bij dit onderdeel, vroeg een havo-docent zich met enige verontwaardiging af, waarom er dan op verzoek van het hto ruimtemeetkunde in.het B-programma was opgenomen. Hij had nog nooit een vakcollega uit het hto gesproken die prijs stelde op dit onderdeel. Vooral docenten uit andere vakgebieden van het hto verlangen van studenten ruimtelijk inzicht en kennis op dit gebied. De docenten wiskunde betwijfelden of het 'rekenen in de ruimte' wel voldoende aan bod zou komen.

De afgevaardigden uit het heao tenslotte waren het weer niet met elkaar eens. Gelukkig leidden de meningsverschillen niet tot een herhaling van de discussie die in de vorige jaargang van dit blad al is gevoerd. Het lijkt er op dat elke heao zijn eigen weg bewandelt en dat een eensgezind keuzeadvies niet gegeven kan worden. Een aantal heao's lijkt de mening toegedaan dat wiskunde B voor hen de enig juiste keuze is. Andere heao's zijn positiever over wiskunde A.

▶ Kort verslag* van het lustrumcongres van Vrouwen en Wiskunde

Jan Breeman, Ynske Schuringa

Herfst 1981: Hoe het begon.
... Meisjes komen niet zo aan bod in de exacte vakken. Daar zijn verschillende redenen voor. Enerzijds is het maatschappelijk niet zo geaccepteerd dat vrouwen zich met exacte vakken en techniek bezighouden, anderzijds is het ons inziens zo dat bijv. wiskunde zoals het nu gegeven wordt jongens meer aanspreekt dan meisjes. ... Het tijdstip waarop het vakkenpakket samengesteld moet worden, valt ook heel erg ongelukkig. Dat is precies de tijd dat meisjes zich meer gaan oriënteren op hun rol als vrouw. ...

21 maart 1992: Het lustrumcongres van Vrouwen en Wiskunde had als thema:
Vrouwen gebruiken wiskunde in hun werk.
Er waren maar liefst 14 workshops voorbereid:
- echografie, hoe bekijk je echo's wiskundig?
- de bouw, hoe metsel je die korfboog?
- hardware, hoe werkt schakelalgebra?
- beeldhouwen, van platte naar ruimtelijke vorm?
- apotheek, rekenen en wiskunde bij medicijnen?
- logistiek, wat en hoeveel moet je bestellen?
- patronen, van de ruimte naar het platte vlak?
- verloskunde, schroefbeweging bij de geboorte?
- quilts, hoe suggereer je die derde dimensie?
- tuinarchitectuur, alle wensen in perspectief?
- verffabriek, de statistiek op de werkvloer?
- verkeer, het gaat mis, hoe lossen we het op?
- ziekte, kloppen die verzuimtabellen wel?
- verzekering, hoe worden die premies vastgelegd?

Alle tijd en energie die de voorbereiding van de workshops opeiste, is niet voor niets geweest: lof van de deelnemers én de toezegging dat het materiaal gebundeld zal worden tot een boek. Een „must" voor elke wiskundesectie en decaan. Interessant (ook) voor de basisvorming.
Vrouwen en Wiskunde had kans gezien de landelijke pers voor haar congres te interesseren. Zo lagen veel conclusies uit de prima lezing van Jeanne Breeman, al voordat ze iets 'gelezen' had, in geheel Nederland op de ontbijttafels. Ook zij bleek bezorgd over het feit dat de keuze voor wiskunde B bij de meisjes nog steeds zo gering is. De achterstand die Nederland hierin heeft ten opzichte van andere landen blijft opmerkelijk.

Een geweldige indruk op alle aanwezigen maakte de tot 'Maths Teacher of the Year' gekozen Rose Flower uit Engeland. Het didactisch model van haar team is weliswaar niet geheel overdraagbaar naar Nederland, maar kan ons wel (weer) richten op:
- geef aandacht aan de (leer)omgeving, is die helder? levendig? vrolijk? stimulerend?
- houd rekening met de individuele verschillen t.a.v. snelheid, tijd, manier, visualisatie;
- toon de werkstukken, hang deze op;
- pas op voor angst, maak er geen competitie van (zoveel losers), maar prijs goede resultaten wel;
- zorg voor goede beginvragen, wek interesse.

We hopen dat haar lezing gepubliceerd wordt. Dankzij een vlugge notitie hebben we nu slechts: 'The five s's: Start Small, keep it Simple, be Systematic, And you will be Successful'.

Het was een in alle opzichten geslaagd congres. Om alle medewerkers (inclusief het cabaret) in één keer te roemen, concluderen we terugkijkend naar 'Hoe het begon': het zal nog lang duren voor Nederland rijp is voor het opheffen van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde, maar op het moment dat het kan, moeten we het *niet* doen!

*Meer over dit congres komt in een later nummer van Euclides.

● Serie ● ● ● ● ●

Wiskunde 12-16 (experimenteel)

► 'Wiskunde uit pakketjes'

Sylvia van der Werf

De lbo-leerlingen die een jaar komen herprofileren op de lto-Bolsward, krijgen geen wiskunde uit het boek, maar wiskundeopgaven die gemaakt zijn door de lbo-(A)B werkgroep van het Team W12-16. De leerlingen raken gemotiveerd voor het vak, omdat ze wiskunde krijgen aan de hand van contexten. Ze vinden de contexten soms beroepsmatig interessant, zoals de opdrachten over het benzinegebruik van auto's. De jongens van 'de bouw' en 'motorvoertuigtechniek' werken echter ook enthousiast aan de werkbladen over cakerecepten en opdrachten aan de hand van gezondheidskundige contexten.

De lbo-(A)B werkgroep werkt sinds september 1989 aan lesmateriaal en wiskunde-examens op B-niveau. De werkgroep bestaat uit een W12-16 teamlid, twee lto-docenten en één lhno-docent.

Kenmerken van het lesmateriaal
Voor lbo-(A)B leerlingen is het vooral belangrijk dat ze de wiskunde praktisch kunnen gebruiken in allerlei situaties. Wij vinden het dan ook belangrijk dat die situaties zich niet al te ver 'van hun bed' afspelen en gebruiken realistische contexten, waarbij ze zich iets kunnen voorstellen. Het is belangrijk dat deze leerlingen wiskunde leren die hun zelfredzaamheid in de maatschappij en het toekomstige beroep bevordert.

Het lesmateriaal voor lbo-(A)B leerlingen kenmerkt zich door een duidelijke structuur. Een plaatje van een grafiek of een stuk leestekst wordt bijvoorbeeld gevolgd door inleidende vragen over die tekst of grafiek. De teksten zijn echter niet te lang met vrij korte zinnen, geen moeilijke begrippen en de tekst wordt gevisualiseerd met een plaatje. De moeilijkheidsgraad van de leesteksten wordt groter in de loop van de leerjaren.

Een experimenteel wiskunde-examen op B-niveau
Lbo-examens op B-niveau worden niet landelijk afgenomen, zoals het examen op C-niveau. Scholen hebben de vrijheid om de inhoud van het examen zelf te bepalen. Veel scholen maken gebruik van de voorbeeldexamens die door landelijke groepen worden opgesteld, zoals de groep Apeldoorn.
De lbo-(A)B werkgroep heeft een experimenteel wiskunde-examen op B-niveau gemaakt, passend bij het nieuwe programma. Dit examen wordt op de experimenteerscholen afgenomen. Het bevat wiskundeopdrachten die betrekking hebben op realistische contexten.
Op de volgende bladzijden staan twee oefenexamensommen. Bij de examensom over het theater verwachten wij dat iedere leerling zich een voorstelling zal kunnen maken van zo'n zaal. Op 16-jarige leeftijd ben je in ieder geval wel een keer met school naar het theater geweest. De opdracht over het postkantoor gaat over het praktische gebruik van formules. Het lijkt ons zinvol als de leerling in de toekomstige beroepspraktijk gebruik kan maken van dit soort formules.

Wij maken één basisexamen op B-niveau dat geschikt is voor alle lbo-richtingen. Als er al beroepsgetinte opgaven in zitten zijn ze door iedereen te maken. Een deel van het examen kan ook ingewisseld worden voor opgaven met wiskundeonderdelen die in een bepaalde beroepsrichting meer gebruikt worden. Een examen voor lbo-(A)B-leerlingen Kantoorpraktijk kan dan bijvoorbeeld meer statistiekopdrachten bevatten.

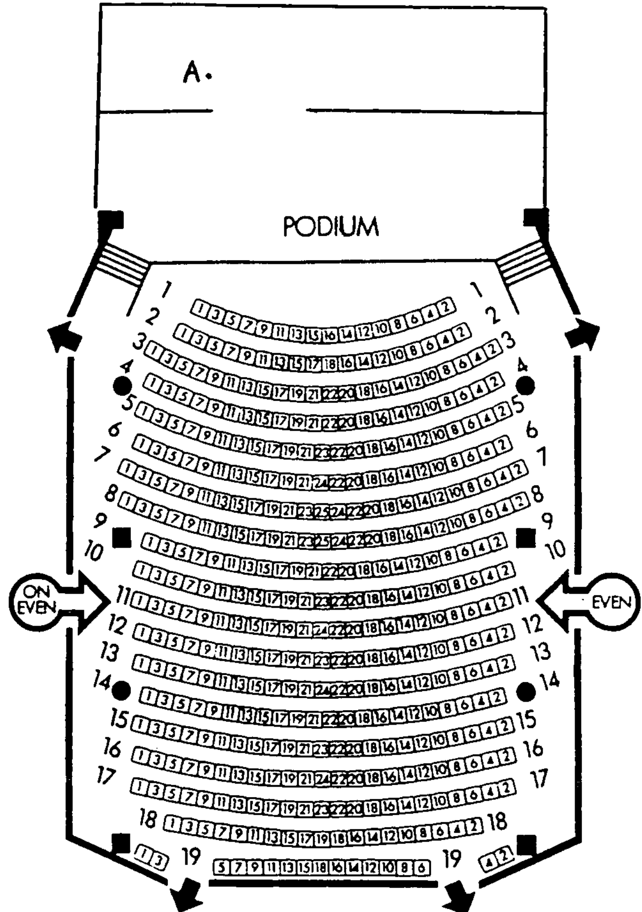
Over de auteur
Sylvia van der Werf is lid van de lbo-(A)B werkgroep, dit is een werkgroep van het team W12-16.

● Werkblad ●

▶ Het theater

Hiernaast zie je de opstelling van de stoelen in het theater van Purmerend.

Stefan en Meike zijn twee bezoekers van het toneelstuk dat wordt opgevoerd. Stefan zit op de 7de rij op stoel 9 en Meike zit op de 11de rij op stoel 2.



1 Geef de plaatsen van Stefan en Meike op het plattegrondje aan.

Op het podium zijn voor een toneelstuk twee wanden opgesteld met daartussen een opening.
Achter de linkerwand op punt A staat een speler te wachten.

2 Wie van de twee, Stefan of Meike, kan deze speler zien staan? Licht je antwoord toe met een tekening.

3 Geef het gebied aan achter de wanden, dat zowel door Meike als Stefan kan worden gezien.

● Werkblad ●

▶ Het postkantoor

Op een postkantoor kun je pakjes laten verzenden. Als in een pakje waardevolle goederen zitten en je wilt dat deze goederen onderweg verzekerd zijn, kun je dat ook op het postkantoor regelen.
Je betaalt dan wel meer. Een basisprijs en voor elke ƒ1000,– die je verzekert ƒ1,50.

Met de volgende formule kun je uitrekenen hoeveel je extra moet betalen.

$$f1{,}50 \times \frac{\text{waarde van de goederen}}{1000} + f4{,}50 = \text{extra}$$

1 Hoeveel moet je als basisprijs betalen?

2 Hoeveel moet iemand extra betalen, als de waarde van de goederen, die hij verzendt, ƒ200,– is?

Johan verzendt een waardevol pakje.
Hij moet ƒ22,50 extra betalen.

3 Wat is de waarde van de goederen, die hij verzendt?

Voetnoot:
Dit is het eerste gedeelte van de opgave Postkantoor. In de oorspronkelijke opgave bevat het tweede gedeelte een tabel met posttarieven. Deze tabel moet gebruikt worden om de totale verzendkosten van het waardevolle pakje van Johan te berekenen.

▶ De kettingregel met Derive: een lesverslag

P. Drijvers

Inleiding

Twee belangrijke technische ontwikkelingen beginnen geleidelijk aan invloed uit te oefenen op het wiskunde-onderwijs. Steeds meer wiskundedocenten zijn bekend met Computer Algebra Systemen en met Grafische Rekenmachines en hier en daar dringen deze geavanceerde hulpmiddelen al door tot de klas.
De Grafische Rekenmachine is, globaal gesproken, een calculator die niet alleen numeriek kan rekenen zoals de gewone rekenmachine, maar waarmee men ook grafieken kan tekenen (en in sommige gevallen nog veel meer). Een voorbeeld van zo'n apparaat is de TI-81, die in het artikel van M. Kindt[1] centraal staat.
Een Computer Algebra Systeem is een computerprogramma waarmee men numeriek kan rekenen en waarmee ook grafieken getekend kunnen worden. Wat het echter tot een Computer Algebra Systeem maakt is het vermogen om symbolisch en algebraïsch te rekenen. Een onvolledige opsomming: rekenen met letters, manipuleren van formules, exact rekenen met breuken, exact berekenen van oplossingen van vergelijkingen en van afgeleide functies, dat is allemaal mogelijk met een Computer Algebra Systeem. Een voorbeeld van zo'n pakket is Derive[2]. Voor een uitgebreidere bespreking van Computer Algebra en van Derive verwijs ik naar[3].
Het gaat hier om twee belangrijke ontwikkelingen voor het wiskunde-onderwijs omdat deze hulpmiddelen een groot deel van de standaardalgoritmen die nu deel uitmaken van de curricula en de examens terugbrengen tot het drukken op enkele geschikte knoppen. De vraag is hoe daarop gereageerd moet worden. Moeten deze ontwikkelingen ver van de wiskundeles worden gehouden? Of bieden Grafische Rekenmachine en Computer Algebra Systeem juist mogelijkheden om meer aandacht aan essentiëlere vaardigheden te besteden nu de standaardalgoritmen kunnen worden uitbesteed aan een apparaat? Moeten de curricula en de examens worden aangepast?
Om op deze vragen een antwoord te zoeken en om op de toekomstige ontwikkelingen te anticiperen worden bij het Freudenthal instituut in Utrecht sinds het vorig schooljaar leerlingenpractica met Derive ontwikkeld voor de bovenbouw van vwo en (in mindere mate) havo. Met ingang van dit schooljaar is ook het ontwikkelen van leerlingenmateriaal bij de TI-81 van start gegaan, maar dat blijft in dit artikel verder buiten beschouwing.
Natuurlijk is het opdoen van ervaring in de klas met de ontwikkelde materialen essentieel bij projecten als deze. Vandaar dat in de loop van dit schooljaar op een twaalftal scholen verspreid over het land de experimentele versies van de Derive-practica uitgeprobeerd worden. Met behulp van deze praktijkervaringen wordt een en ander bijgesteld. Als alles volgens plan verloopt zal het materiaal dit najaar gepubliceerd worden.
Dit artikel bevat het verslag van zo'n les met Derive in het computerlokaal. Eerst worden de school en de leerlingen aan u voorgesteld. Dan volgt een beschrijving van het practicum. De volgende paragraaf vormt het eigenlijke lesverslag, en besloten wordt met een nabespreking met enkele betrokkenen.

Even voorstellen . . .

De les die in dit artikel beschreven wordt vond plaats op 12 december 1991 in een van de wiskunde A-groepen van vwo-5 van Scholengemeenschap

Oost-Betuwe in Bemmel. Scholengemeenschap Oost-Betuwe is een brede scholengemeenschap (vbo-mavo-havo-vwo) met heterogene brugklassen. De school vervult een streekfunctie: leerlingen komen voor een aanzienlijk deel uit dorpen uit de omgeving.

Voor de wiskundesectie is dit de eerste keer dat ze betrokken wordt bij een experiment. Met computergebruik in de wiskundeles is nog niet eerder ervaring opgedaan. De school beschikt wel over een lokaal met 10 PC's waarvan er één aangesloten is op een LCD-scherm waarmee uitstekend demonstraties te verzorgen zijn.

De wiskunde A-groep die als proefkonijn fungeert bestaat (in verband met de heersende griep?) deze les uit 19 leerlingen, 7 jongens en 12 meisjes. De docent, Loek Gillesen, zegt bewust niet te weten hoeveel van hen ook wiskunde B in het pakket hebben: dat voorkomt vooringenomenheid. Als methode wordt Moderne Wiskunde gebruikt.
Deze leerlingen hebben al kennis gemaakt met Derive. Na een kennismakingspracticum van één lesuur hebben ze een practicum doorlopen met de titel 'hellingfuncties op het oog'. Hierin gaat het om het leggen van verbanden tussen eigenschappen van de grafiek van een functie en die van zijn afgeleide. Enkele weken daarna is een practicum over functies van twee variabelen aan bod gekomen. Gedurende deze drie lessen hebben de leerlingen met een behoorlijk enthousiasme gewerkt. De resultaten waren bevredigend. Dit verslag gaat dus over de vierde les met Derive. De leerlingen kennen mij al een beetje en zijn enigszins gewend aan Derive, kortom het nieuwe is eraf.

Het practicum

De klas weet wat differentiëren is en wat de betekenis is van een afgeleide functie. De leerlingen kunnen echter zelf alleen nog maar veeltermfuncties differentiëren. Het differentiëren van samengestelde functies met de kettingregel zal binnenkort aan de orde komen. De ervaring leert dat de leerlingen dat een moeilijke regel vinden die hen niet veel zegt en die ze geneigd zijn om te vergeten.

Het doel van dit practicum is om te anticiperen op de kettingregel. De leerlingen moeten de kettingregel zelf ontdekken in het eenvoudige geval dat f een functie is van de vorm $f(x) = (ax + b)^n$. Op zichzelf is dit geen belangrijke groep functies, maar het idee is dat het zelf ontdekken van een regel, in een voor de leerling zelf te controleren geval, het bijbrengen van de kettingregel in het algemeen vergemakkelijkt omdat de regel meer voor de leerlingen gaat leven.

De grote lijn van het practicum is als volgt. Eerst moeten de leerlingen de afgeleide bepalen van functies als $f(x) = (2x - 3)^4$. Dit doen ze op twee manieren. Ten eerste door de haakjes weg te werken en de veelterm te differentiëren, waarna het antwoord weer in factoren wordt ontbonden. De tweede manier bestaat uit het uitvoeren van een geschikte translatie (in dit geval naar links over een afstand van $1\frac{1}{2}$) waardoor de grafiek van f overgaat in die van $g(x) = 16 \cdot x^4$. Van de functie g kan de afgeleide bepaald worden en dat antwoord kan terugvertaald worden naar de afgeleide van f. Voor deze tweede manier moeten de leerlingen bekend zijn met het transformeren van grafieken en met de gevolgen hiervan voor het functievoorschrift.
Natuurlijk moet het antwoord van beide manieren gelijk zijn. Uit deze antwoorden ontstaat een vermoeden over hoe dergelijke functies gedifferentieerd worden. Dan wordt gevraagd om een algemene regel te formuleren èn om dit vermoeden te controleren en tevens te onderzoeken voor gebroken en/of negatieve waarden van de exponent. Tenslotte volgt voor de snelle leerlingen nog een uitbreiding van de vraag: hoe luidt de afgeleide van functies van de vorm $f(x) = (ax^2 + bx + c)^n$?

Derive speelt bij dit alles op diverse manieren een rol. Allereerst wordt Derive gebruikt om haakjes weg te werken bij 'ingewikkelde' uitdrukkingen als $(2x - 3)^4$. Verder bepaalt het programma de afgeleide van de veeltermfuncties die aldus ontstaan zijn. Dit zijn handelingen die de leerlingen ook met de hand kunnen uitvoeren. Het gebruik van Derive is dus heel 'transparant', en daarnaast snel en zonder rekenfouten. Vervolgens ontbindt Derive de uitkomst weer in factoren. Dat is voor de leerling moeilijk om zelf te doen, maar wel te controleren.

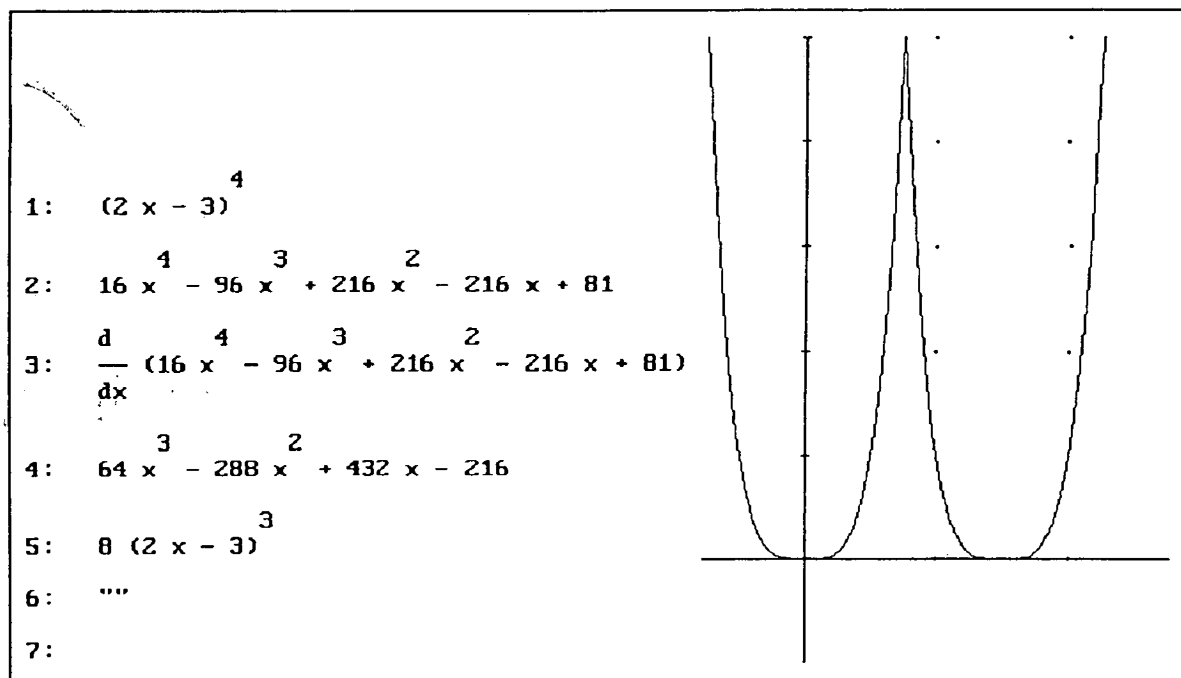
Daarnaast wordt Derive gebruikt om functies rechtstreeks te differentiëren. Daarbij fungeert Derive als een 'black box', want de leerlingen weten (nog) niet hoe het programma aan het antwoord komt. De laatste rol van Derive is die van tekenaar van grafieken. Dat kan handig zijn bij het nadenken over de transformaties die de te differentiëren functie omzetten in een eenvoudiger functie. In kader 1 is afgebeeld hoe het beeldscherm eruit kan zien. In regel 1 is het functievoorschrift ingevoerd en in regel 2 zijn de haakjes weggewerkt. Regel 4 geeft de afgeleide van regel 2, en in regel 5 is deze afgeleide in factoren ontbonden. De grafieken zijn in het rechtervenster getekend.

Overigens betreft het de eerste versie van dit practicum: het is nog niet eerder in een klas uitgeprobeerd.

De les

De docent heeft de leerlingen in de vorige les aangekondigd dat er weer een Derive-practicum zal plaatsvinden. Hij heeft uitgelegd dat het gaat om het ontdekken van een regel voor het differentiëren van functies van de vorm $f(x) = (ax + b)^n$, en dat die regel later uitgebreid zal worden. Als voorbereiding heeft hij op twee manieren de afgeleide van $f(x) = (x - 1)^2$ bepaald: door de haakjes uit te werken en dan na differentiatie weer in factoren te ontbinden, en ten tweede door de grafiek van f te beschouwen als een translatie van de parabool met vergelijking $y = x^2$.

Als de leerlingen binnenkomen ligt bij elke PC een opdrachtenblad waarop de wiskundige voorkennis en de vraagstelling staan (zie kader 2), een Derive-blad met tips over de bediening van Derive (zie kader 3), en een antwoordenblad dat aan het einde van de les ingeleverd moet worden.



Kader 1. Het scherm tijdens het practicum (als alles goed gaat...)

Het differentiëren van machten van veeltermen opdrachtenblad	
Transformatie	Functie
Naar rechts verschuiven over een afstand p	$x \to f(x-p)$
Naar links verschuiven over een afstand p	$x \to f(x+p)$
Vermenigvuldigen t.o.v. de x-as met een factor q	$x \to q \cdot f(x)$
Vermenigvuldigen t.o.v. de y-as met een factor q	$x \to f(x/q)$

1 Wat zou de afgeleide zijn van de functie $g: x \to (x-5)^3$?
Je kunt de volgende aanpak kiezen:
- Werk de haakjes weg.
- Differentieer het resultaat.
- Ontbind deze afgeleide weer in factoren.

2 Je kunt ook op een andere manier de afgeleide van g bepalen. Met welke transformatie(s) kun je de grafiek van $x \to x^3$ veranderen in die van g?
Teken eventueel de grafieken.

Kader 2. Een deel van het opdrachtenblad

Het differentiëren van machten van veeltermen
Derive-blad

De volgende aanwijzingen kunnen van pas komen bij de bediening van Derive tijdens dit practicum. De vetgedrukte hoofdletters geven de commando's aan zoals ze achtereenvolgens vanuit het Algebra-hoofdmenu gegeven moeten worden.

Wat wil je?	Hoe doe je dat?
Een functie invoeren, b.v. $F(x) = x^2$	Author dan intypen: F(x) = x^2
Haakjes uitwerken	Expand
Differentiëren	Calculus Differentiate Simplify

Kader 3. Een deel van het Derive-blad

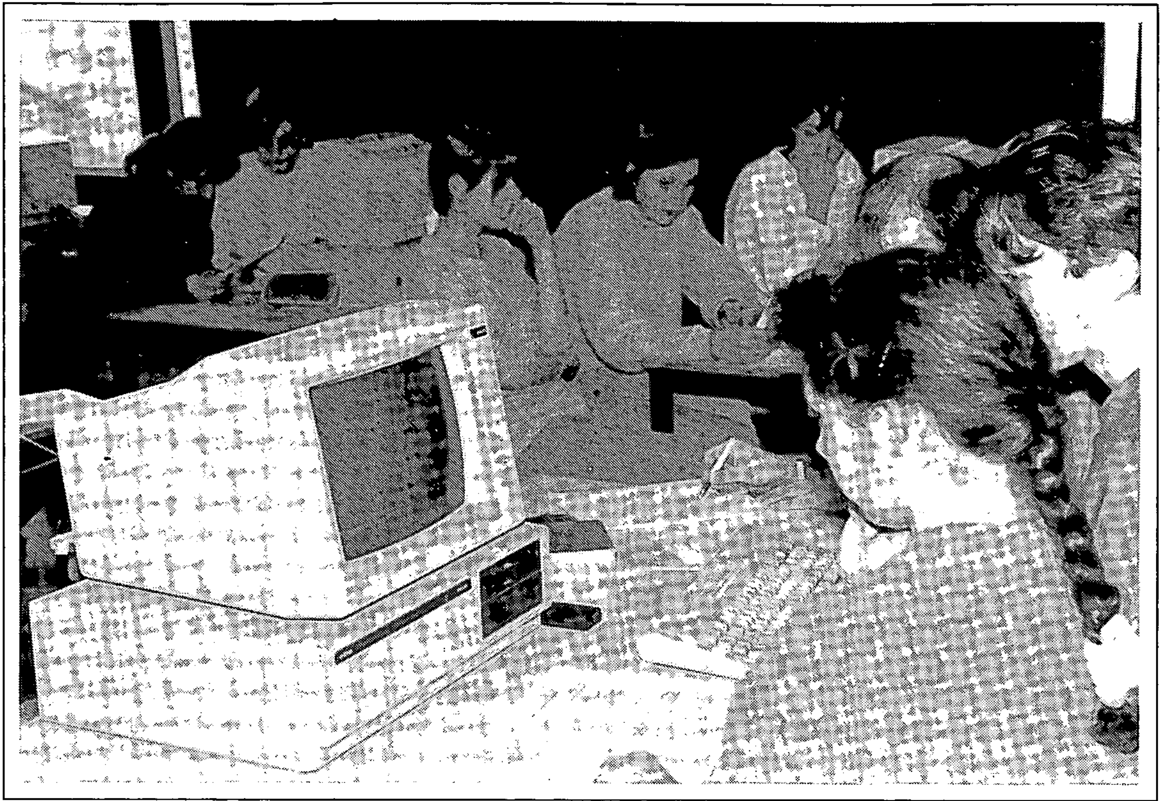
Ik start de les door de bedoeling van het practicum te herhalen. De mededeling dat ik foto's zal maken zorgt voor enige opschudding maar na 5 minuten zijn de schijven uitgedeeld en gaat men aan het werk.
We hebben een pottekijker: Christ van den Brand observeert in het kader van zijn didactiekscriptie deze lessen. Hij richt zich voornamelijk op een tweetal leerlingen die hij aan het begin van de les heeft benaderd en met wie ook een nabespreking gehouden zal worden.
In het begin loopt het vrij vlot. De leerlingen begrijpen de bedoeling. Het tekenen van grafieken gaat sommige leerlingen te langzaam: 'ik kan het sneller met de hand'. Doe dat dan maar, lijkt me. De grafieken vallen overigens tot verbazing van de leerlingen soms buiten beeld. Het dwingt ze om over het bereik na te denken.
De bediening van Derive is geen probleem meer, afgezien van enkele details zoals het splitsen van het scherm in een algebra- en een tekenvenster.
De leerlingen werken vrij geconcentreerd en zelfs de flits van mijn camera stoort nauwelijks, zoals uit kader 4 blijkt.

De eerste vermoedens ontstaan: 'Dus de afgeleide van $(x-1)^3$ is gewoon $3(x-1)^2$? Is dat alles?'. Nee dus. Ik hoor: 'Het daagt al een beetje' en 'Zie je wel dat wij dit kunnen'. Veel leerlingen worden gegrepen door de uitdaging om het zelf te vinden. Ze helpen elkaar wel met Derive als het nodig is, maar ze verklappen de regel niet. Natuurlijk zijn er ook die het prettig zouden vinden als ik het netjes zou vertellen:

Leerling: Is de afgeleide $n(ax+b)^{n-1}$?
Ik: Klopt dat in het voorbeeld van vraag 5?
Leerling: Oh nee. Hoe moet het dan?
Ik: Probeer maar!
Leerling: Jaaaaa!

Het werken met de translaties komt bij de meeste groepjes niet goed uit de verf. Omdat het de tweede manier is kunnen de leerlingen toch verder.

Een probleem dat ik over het hoofd had gezien is gelegen in het feit dat de leerlingen die ook wiskunde B in hun pakket hebben de kettingregel al gehad hebben. Dom natuurlijk, maar de schade valt mee. Bij enkele leerlingen lijkt de transfer tussen beide wiskundevakken zo klein dat het ze ontgaat dat ze het eigenlijk al weten. Dat geeft overigens wel te denken. Anderen hebben dat wel in de gaten maar volgen toch serieus deze benadering, zoals ook uit de nabespreking blijkt. Ze komen wat verder dan de anderen en besteden wat meer aandacht aan de weg via de translaties of aan de uitzonderingen zoals $n = 0$.



Kader 4. De leerlingen aan de slag.

Naarmate de les vordert zijn er leerlingen die proberen of Derive ook in het algemeen de functie $f(x) = (ax + b)^n$ kan differentiëren. Dat werkt inderdaad, alleen is het oppassen dat er naar x en niet naar a of b gedifferentieerd wordt. Ook best leerzaam eigenlijk.
Zo'n vijf minuten voor het einde van de les krijg ik met enige moeite de klas zover dat ze naar mij kijken in plaats van naar het beeldscherm. Ik wil namelijk nog even klassikaal de conclusies boven water hebben. Op mijn eerste vraag of ze de regel gevonden denken te hebben antwoorden 7 van de 9 groepjes bevestigend. De twee overige koppels aarzelen, en blijken inderdaad op de drempel te staan. Vervolgens vraag ik hoe dan de regel luidt. Er komen twee reacties die ik beide op het bord zet.

$f(x) = (ax + b)^n$

1. $f'(x) = n \cdot a \cdot (ax + b)^{n-1}$
2. $f'(x) = n \cdot a^n \cdot (x + b/a)^{n-1}$

Er ontstaat verwarring. Men roept wat door elkaar en ik kijk aarzelend naar het bord en doe eigenlijk niets. De meeste leerlingen denken dat hoogstens één van de twee antwoorden goed is. Vlak voor de zoemer gaat redt een leerling mij, en kan ik er iedereen nog net van overtuigen dat de beide uitdrukkingen equivalent zijn.
De antwoordbladen worden ingeleverd en het lokaal stroomt leeg.

Napraten

Op de foto ziet u op de voorgrond Petra en Mark. In de pauze praat observator Christ met hen nog even na. Het is het duo dat hij tijdens de les het meest gevolgd heeft. Het blijkt dat hij met hen geen gelukkige keuze gedaan heeft in die zin dat beiden ook wiskunde B in het pakket blijken te hebben en

daarnaast thuis ook met een PC werken. Zij zijn dus niet representatief voor de hele groep.
Ze geven aan dat ze wiskunde met behulp van de computer erg leuk vinden en dat ze de Derive-lessen gewaardeerd hebben. Ze beschouwen het als een waardevolle aanvulling op de 'gewone' lessen. De ruimte die Derive biedt om zelfstandig te experimenteren ervaren ze als prettig en uitdagend.
Hoewel voor beiden de kettingregel al bekend was, geven ze aan dat de regel voor hen meer betekenis gekregen heeft, onder andere door de benadering via transformaties. Ze hebben deze les dus toch wat geleerd. Dat gevoel wordt door de observaties ondersteund.
Aan het einde van het gesprek geven ze nog aan dat ze ook graag huiswerk zouden krijgen waarbij Derive een rol speelt. En straks zeker ook bij het proefwerk en het examen, Petra en Mark?
Van de andere leerlingen heb ik slechts de antwoordenbladen. Na inventarisatie daarvan blijkt dat de meeste leerlingen de regel hebben gevonden en hebben gecontroleerd. Ook aan het onderzoeken van de gevallen dat *n* negatief is of dat *n* gebroken is is men in het algemeen toegekomen. Bij vraag 8 werd gevraagd om de conclusies te formuleren. Ik denk daarbij aan de wiskundige conclusie, maar niet iedereen heeft dat zo opgevat zoals blijkt uit kader 5.

Ik ben tevreden over deze les. Er is goed gewerkt. De vraagstelling heeft de meeste leerlingen gemotiveerd. Het zoeken van een patroon, het herkennen en formuleren van regelmaat en het verifiëren van

Het differentiëren van machten van veeltermen
antwoordenblad

Naam: Jeroen

7 Een voorbeeld als n negatief is:

$$1 \cdot -1\,(1 \cdot x + 1)^{-1-1} = -\frac{1}{(x+1)^2}$$

8 De conclusies tot zover:

boeiend + interessant, en raden het ten zeerste aan aan onze mede SGOB-ers

Kader 5. Een deel van een antwoordenblad

vermoedens, dat zijn belangrijke wiskundige activiteiten waar de leerlingen mee bezig zijn geweest. Het gebruik van Derive voorkomt rekenfouten en maakt dat de leerling zich op de hoofdvraag kan concentreren zonder dat het rekenwerk de aandacht afleidt.
Dat neemt niet weg dat er nog een en ander te verbeteren valt. Met name de translatie-methode komt niet helemaal over. Verder blijft het feit dat sommige leerlingen de kettingregel al kennen van wiskunde B natuurlijk een punt van aandacht. Een tweede versie van dit practicum zal weer opnieuw uitgetest moeten worden, wat weer zal leiden tot aanpassingen...

Over de auteur
Paul Drijvers is o.a. werkzaam aan het Freudenthal instituut van de Rijks Universiteit Utrecht.

Noten

1. Zie voor meer informatie over de TI-81 in de wiskundeles: M. Kindt: Functie-onderzoek begint met de grafiek. Euclides, jaargang 67 no 7 en 8, 1992.
2. Derive wordt in Nederland onder andere geleverd door expertisecentrum Computer Algebra Nederland.
Postbus 4079
1098 SJ Amsterdam
Tel.: 020-592 60 50.
3. In de Nieuwe Wiskrant zijn twee artikelen verschenen waarin Derive centraal staat. Het gaat om
P. Drijvers: Computeralgebra en wiskunde-onderwijs, De Nieuwe Wiskrant, 10e jaargang no 4, juni 1991 en
P. Drijvers: Het ecosysteem van de Biesbosch, modelbouw en simulatie met Derive, De Nieuwe Wiskrant, 11e jaargang no. 2, december 1991.
4. C. van den Brand: Werken met Derive.
Didactiekscriptie in het kader van de deeltijdopleiding tot eerstegraads wiskundeleraar.
Hogeschool Katholieke Leergangen, Tilburg, januari 1992.

▶ Wiskundeonderwijs 2008

Kees Hoogland

Rapport Modulering Wiskundeonderwijs

Al in 1992 is een adviescommissie ingesteld om onderzoek te doen naar de mogelijkheden voor modulering van het wiskundeonderwijs voor 12- tot 18-jarigen. Door het herhaaldelijk uitstellen van het wetsvoorstel 'Basisvorming' is deze adviescommissie pas in 1999 omgezet in een leerplancommissie met als opdracht een gemoduleerd leerplan wiskunde te ontwerpen. De werktitel voor dit leerplan luidt: 'Wismod. 12-18'.
Dit leerplan zal volgens de huidige planning gelijktijdig worden ingevoerd met de stelselherziening 'Vorming op Maat'.
De invoering staat gepland voor augustus 2006.

Personeelsruimte

'Hallo Galansia, welke modules moet jij dit semester geven?'
'Ik heb het prima getroffen. Ik geef in moduleperiode I: Operations research, Algebra 2 en Axiomatische meetkunde. Alleen Operations research is nieuw voor mij, het valt dus wel mee dit semester. Mijn taken voldoen eindelijk eens aan het convenant.'
'Je hebt zeker wat druk uitgeoefend op de verdelingscommissie. Ik zit namelijk weer met drie nieuwe modules.'
'Ja sorry hoor, jij bent nog jong. Ik heb vroeger nog wiskunde-A en -B moeten geven.'

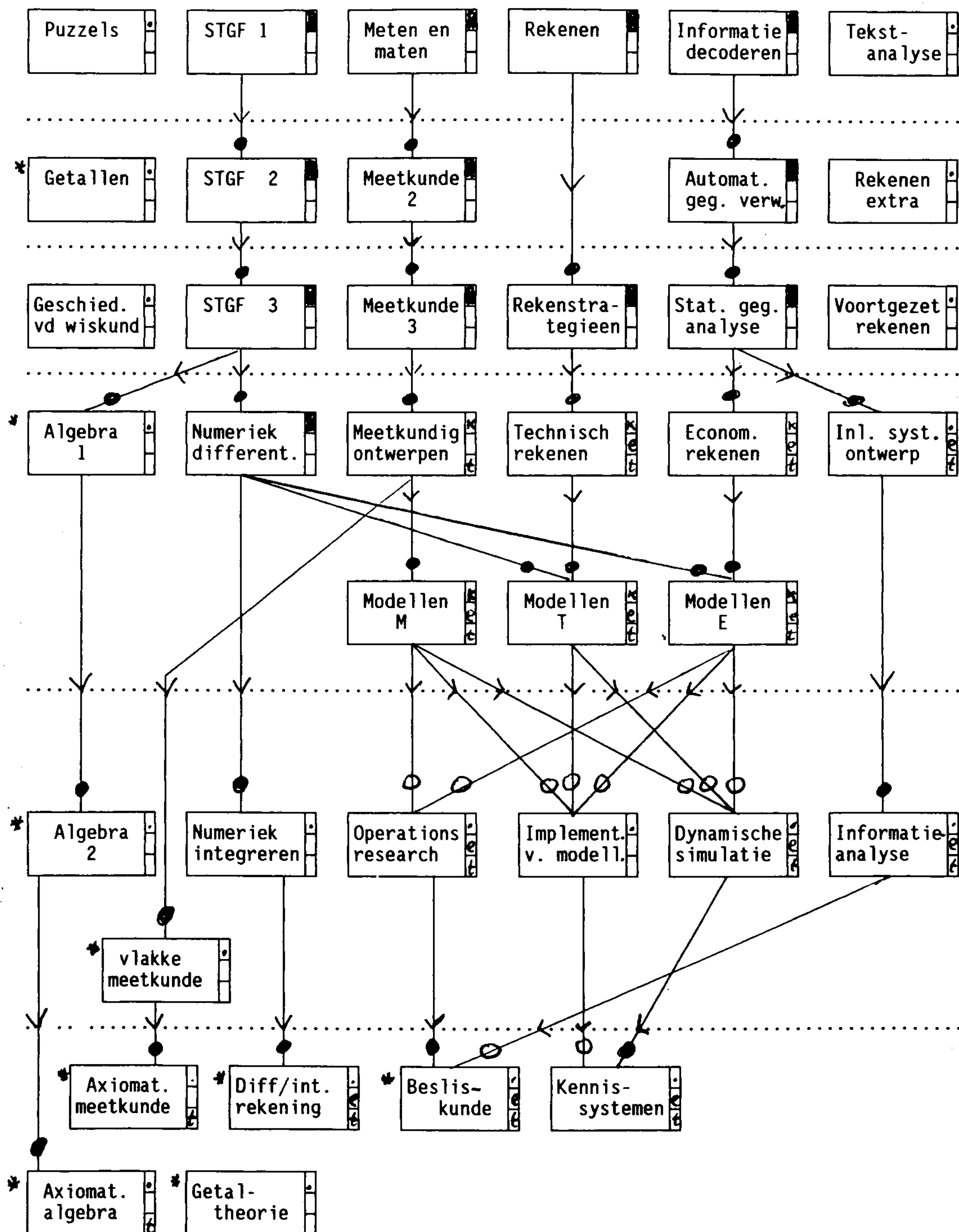
Sectietakenconvenant

Sectie Wiskunde versus Afdeling Management Voortgezet Onderwijs.
artikel 4.1 sub 3b:
De modules toegewezen aan een docent mogen slechts voor 1/3 bestaan uit modules die de docent voor de eerste keer begeleidt.
Met nadruk zijn de ervaringen die zijn opgedaan in de experimenteerfase uitgesloten. De invulling van de modules was tijdens het experiment zo onduidelijk dat ervaring met deze modules niet meegeteld dient te worden als daadwerkelijke ervaring met een module met gelijksoortige naam of inhoud.

Toelichting op de voorlopige modulestructuur volgens 'Wismod. 12-18' binnen 'Vorming op Maat'

Een pijl met een gesloten indicator geeft aan dat de voorliggende module afgerond dient te zijn vóór aanvang van de module.
Een pijl met een open indicator geeft aan dat afronding van de voorliggende module gewenst is vóór aanvang van de module.
■ = de module is verplicht voor alle leerlingen.
[k] = minstens één der modules uit de horizontale laag moet gekozen worden.
[·] = de module is facultatief. Zij kan deel uitmaken van een gekozen studieprofiel.
Voor nadere detaillering zie hoofdstuk 9: 'Diplomering en studieprofielen'.
[e] = er is aansluiting met modules van andere vakgebieden.
Voor nadere detaillering zie hoofdstuk 23: 'Extracurriculaire verbanden'.
[t] = deze module wordt genoemd als toelatingseis bij een vervolgopleiding.
Voor nadere detaillering zie hoofdstuk 17: 'Vervolgonderwijs en bedrijfsopleidingen'.

Voorlopige Modulestructuur "Wismod. 12-18".



STGF = Situaties, tabellen, grafieken, formules.

•

Leerlingenruimte

'Wat ga jij doen in deze moduleperiode?'
'Ik volg in ieder geval Differentiaal- / Integraalrekening.'
'Zo, ik heb gehoord dat Dif / Int een heel saai vak is. Alles wat je moet leren weet je al van Numeriek Dif en Numeriek Int, maar nu moet het algebraïsch. Volgens mij in de praktijk zinloos. Dat vindt Jacoby van natuurwetenschappen ook. Ga je wiskunde studeren of zo?'
'Ik zag dat jij Axiomatische algebra gaat doen dit semester. Wat heb je daar nou aan?'
'Niks, ik vind het gewoon leuk. Ik was dat eindeloze gereken en gecomputer een beetje zat. Willemsen is hartstikke enthousiast. Zij zegt dat het weer net zo is als toen ze wiskunde studeerde.'
'Vorige eeuw zeker?'

Rapport Modulering Wiskundeonderwijs

De voorgestelde modulestructuur is onafhankelijk van de gekozen schoolorganisatie. In de modulestructuur zijn wel de meest gangbare groeperingsvormen van leerlingen zichtbaar.

Leerlingenraad, notulen:

punt 3: Volgens groep 5E weet Karnoetel niets van Numeriek integreren. Hij zegt steeds dat deze module geschikt is voor zelfwerkzaamheid en legt niets uit. Volgens ons begrijpt ie het zelf niet. Arie regelt een overleg.

punt 4: Karisea weigert de module Statistische gegevensanalyse af te tekenen als er geen straatinterview is gehouden.

Wij vinden zo'n interview onzin en bovendien wordt iedereen in onze huisvestingsregio zo langzamerhand doodziek van die interviews over van alles en nog wat. Sonja gaat in overleg met de seniordocent wiskunde.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, reactie op Rapp. Modulering Wiskundeonderwijs

De Vereniging is nauw betrokken geweest bij de totstandkoming van het rapport. Zij draagt echter geen verantwoordelijkheid voor de inhoud. De Vereniging maakt zich zorgen over de toegenomen werkdruk die het effect zal zijn van de invoering van de modulestructuur. Zij is in principe akkoord met de voorliggende plannen. De Vereniging zal de invoering kritisch volgen.
De Vereniging vindt het jammer dat de module Algebra 1 niet tot de verplichte stof behoort.

Rapport Modulering Wiskundeonderwijs

Docenten met een voormalige eerstegraadsbevoegdheid kunnen tot nader order recht doen gelden op het begeleiden van met ster aangeduide modules.

Werkgroep Emancipatorisch Wiskundeonderwijs; reactie op Rapp. Modulering Wiskundeonderwijs

De werkgroep vindt het een illusie dat met de invoering van 'Vorming op Maat' en 'Integratie op Maat' een einde is gekomen aan de ongelijke kansen van meisjes en eerste- en tweedestrooms allochtonen bij het volgen van wiskundeonderwijs. De werkgroep erkent dat de inhoud van het wiskundeonderwijs sinds 1993 minder gericht is op louter selectie op typisch masculiene en witte vaardigheden. De uitvoering van het programma vindt echter nog voornamelijk plaats door docenten die hun vorming hebben genoten vóór 1993.
De 'ster'-regeling uit het Rapport is een schrijnend voorbeeld van een regressieve ontwikkeling.

Beschrijving van de modules

Dynamische simulatie
Het gaat in deze module om het opstellen en doorrekenen van dynamische modellen.

Een simulatie is een nabootsing van de werkelijkheid met het doel deze beter te begrijpen en indien mogelijk te voorspellen hoe deze zich zal ontwikkelen.

...

- Vereiste modules:
Minimaal één module uit de modellen-lijn.
- Extracurriculaire verbanden:
Natuur en techniek, informatie en automatisering, mens en milieu (biologie, chemie, milieukunde).

...

Vakgroep kansrekening/stochastiek van de Universiteit Zuid-Holland, reactie op Rapp. Modulering Wiskundeonderwijs

De vakgroep betreurt het dat het onderwerp kansrekening en stochastiek een ondergeschikte rol speelt in de voorstellen uit het Rapport Modulering Wiskundeonderwijs binnen 'Vorming op Maat'.
Zij vindt dat een van de hoofddoelstellingen van het nieuwe wiskundeleerplan, het verminderen van de ongecijferdheid, daardoor nauwelijks serieus genomen wordt.

Literatuur

- Rapport Modulering Wiskundeonderwijs, Ministerie van Onderwijs en Economische Zaken, Groot 's Gravenhage, 2005
- Gebundelde reacties op het Rapport Modulering Wiskundeonderwijs, Ministerie van Onderwijs en Economische Zaken, Groot 's Gravenhage, 2005
- Centrale convenanten vaksecties versus koepels management voortgezet onderwijs, Amersfoort, 2006.

● 40 jaar geleden ● ●

▶ Vraagstukken

733[1]). Van een meetkundige reeks is de eerste term 5 en de reden $p^2 - p$. Voor welke waarden van p convergeert deze reeks?
Bepaal de minimumwaarde, die de som van de oneindig voortlopende reeks aan kan nemen.
Teken de grafische voorstelling van de som als functie van p voor die waarden van p, waarvoor deze som gedefinieerd is.

734. Gegeven de vergelijking:

$$\log^2 x - 2 \log x \cdot \log a + \log^2 a = \log x.$$

1. Voor welke waarde van a zijn de wortels gelijk?
2. Bewijs dat de gelijke wortels de omgekeerden zijn van de bijbehorende waarde van a.
3. Kunnen x_1, a, x_2 in deze volgorde een meetkundige reeks vormen?
4. Bewijs, dat in het geval de wortels van de vergelijking reëel zijn, ze minstens 1 zijn.

1) Deze opgaven van 't examen wiskunde l.o. 1952, afgenomen in Suriname, werden ons toegezonden door de heren G. K. Lub en R. L. Sordam te Paramaribo. De redactie zegt hun hiervoor hartelijk dank.

Vraagstukken uit: Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde, jaargang 39 (1951-1952).

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Oplossing 633

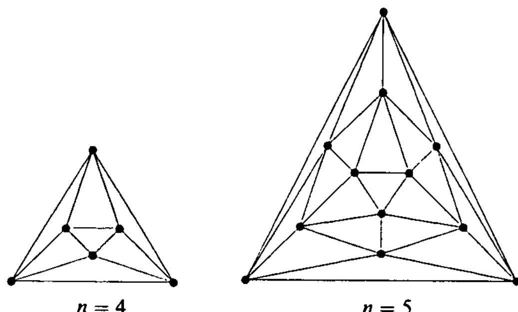
Voor een planaire graaf met G gebieden, K knooppunten en T takken geldt de Polyederformule van Euler: $G + K = T + 2$, als we het buitengebied ook meetellen. Eigenlijk geldt hij voor ruimtelijke lichamen (zonder gat), maar als de takken elkaar niet snijden dan geldt hij ook voor het platte vlak. De opgave was om samenhangende grafen te maken waarbij in elk knooppunt n takken samenkomen.
Stel dat elk gebied gemiddeld begrensd wordt door a takken. Met $a = 3$ hebben we alleen driehoeken. Als $a > 3$ dan hebben we ook vierhoeken of zelfs vijfhoeken. Gemiddeld dus $a \geq 3$ takken. Als bij elk knooppunt n takken samenkomen, dan hebben we $G = Kn/a$ gebieden en $T = Kn/2$ takken. Ingevuld in de Polyederformule van Euler geeft dit:

$Kn/a + K = Kn/2 + 2$. Oftewel $K = \dfrac{4a}{2n - (n-2)a}$ met $a \geq 3$.

We zoeken steeds de eenvoudigste figuur met het minste aantal knooppunten K. Dus K minimaal onder de voorwaarde dat $a \geq 3$.

We vinden de volgende tabel:

n	(0)	1	2	3	4	5	6
a	(−)	(2)	3	3	3	3	3
K	(1)	2	3	4	6	12	∞



Om de tekeningen te maken moeten we denken aan de projecties van de 5 Platonische lichamen op het vlak: tetraëder, octaëder en icosaëder. (Bij de andere 2 is K niet minimaal.) Voor $n \geq 6$ is het probleem onoplosbaar. Enkele lezers vonden voor $n = 6$ het isometrisch papier met oneindig veel hoekpunten. Ook de 13 Archimedische lichamen leveren geen verbetering op, omdat steeds de minimale K bereikt wordt voor $a = 3$.
De tekeningen zijn van *Pieter Kop Jansen* (10) uit Breda.

Rob Bosch (5), Prinsenbeek bewees verder dat bovenstaande grafen (op isomorfie na) uniek zijn. 'Al met al een unieke puzzel' volgens Rob.
Na zeven achtereenvolgende inzendingen staat met 35 punten boven aan de ladder:

Ad Boons,
Luchthavenlaan 22,
5042 TD Tilburg.

Hartelijk gefeliciteerd met deze DERDE toppositie!

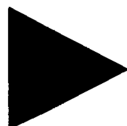
▶ Opgave 636

In december 1991 verscheen een alleraardigst puzzelboekje in de Nederlandse taal: 'MatheMagie' van Maarten Pennings (1991 Elmar BV, Rijswijk). Als jaartal gaven ze MXMI. Tot nu toe zag ik steeds in boeken MCMXCI staan. In mijn puzzelliteratuur heb ik nergens kunnen vinden wat de juiste methode is. Weet iemand van de lezers wat de 'spelregels' zijn?

Maarten is afgestudeerd aan de T.U. Eindhoven en doet nu promotieonderzoek aan de Universiteit van Utrecht in de informatica. Als leerling en als student verzamelde hij wiskundige puzzels, raadsels, grappen en problemen. Veel is daarom terug te vinden in de boeken van Martin Gardner. Voor de kenner is het meeste bekend. Voor de geïnteresseerde leerling en als bron voor een 'laatste les' is het een uitstekend boekje! Van harte aanbevolen!

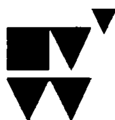
De verbazing was onlangs van de gezichten te lezen in havo-5 en vwo-5 bij de volgende puzzel (een nieuwe aanwinst in mijn puzzelverzameling!):
Stel $N = 1 + 1 + 1 + \ldots + 1$ (dus $N \in \mathbb{N}^+$)
Dan $N \cdot N = N + N + N + \ldots + N$.
Differentiëren geeft $\dfrac{d}{dN}(N^2) = \dfrac{d}{dN}(N + N + N + \ldots + N)$,
oftewel $2N = 1 + 1 + 1 + \ldots + 1$.
Dus $2N = N$.
Delen door N is toegestaan want $N \neq 0$, zodat we vinden $2 = 1$.

Helaas zag geen enkele leerling de fout. Ziet u de fout? Stuur dan de oplossing binnen een maand in en verdien daarmee 5 punten op uw persoonlijke puzzelladder. (De Romeinse cijfers staan buiten de ladderwedstrijd.)



Mededeling





Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Didactiekprijsvraag 1992

In het dagelijks leven van een leraar zijn er zo van die constanten: het onderwerp dat lekker loopt maar ook dat stuk leerstof dat steeds voor problemen zorgt.
Soms lukt het opeens om iets te bedenken zodat het wèl loopt, de leerlingen 'het' opeens wel begrijpen, er enig inzicht gloort.
Dat zijn mooie momenten. Momenten om te delen.

Daarnaar zijn wij op zoek. Zowel bij het rekenen op de basisschool als bij de wiskunde in het V.O. En daarnaast natuurlijk ook naar de gedachten die u heeft bij de nieuwe programma's in het VO, met nieuwe onderwerpen op de basisschool en wellicht nieuwe didactieken.
Hoe onderwijs je bijvoorbeeld kijkmeetkunde en hoe gebruik je een context zonder erin onder te gaan?

Vandaar deze oproep om mee te doen aan de
Didactiekprijsvraag 1992.
De prijsvraag voor de Didactiek van het Wiskundeonderwijs 1992 wordt gehouden onder auspiciën van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) en de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken Wiskundeonderwijs (NVORWO).
Doel is de stimulering en de bevordering van het reken- en wiskundeonderwijs.

Gevraagd
Gevraagd wordt het ontwerp en/of de presentatie van een
- afgerond onderdeel van het reken- of wiskundeonderwijs dat betrekking heeft op een onderwerp uit onderstaande lijst,
- gericht is op het daaraan gerelateerde schooltype
- in een beperkt aantal lessen gerealiseerd kan worden.

Lijst van onderwerpen
1. De Zakrekenmachine, c.q. Graphic Calculator.
2. Wiskunde B, ook voor meisjes!
3. Differentiaalvergelijkingen.
4. Basisvaardigheden: optellen/aftrekken tot 100.
5. Procenten in de bovenbouw bij het Basisonderwijs.
6. Tijd (tijdsbesef, tijdsbegrip, tijdsmeting, tijdsrekening...).
7. Het kansbegrip in de onderbouw van het Voortgezet Onderwijs.
8. De relatie tussen 'Kijkmeetkunde' en 'Bewijsmeetkunde'.
9. Een wiskundig onderwerp in beroepsvoorbereidende uitwerking.
10. Een lesvoorbeeld van de vertaling van realiteiten naar wiskundige problematieken, in het bijzonder in een Geïntegreerde Wiskundige Activiteit.

Aan de prijsvraag kan door iedereen worden deelgenomen.

De richtlijnen voor de beoordeling zijn:
1. *Toepasbaarheid*
De bruikbaarheid van het ontwerp in het onderwijs, dat daarmee een verbetering kan ondergaan, is van groot belang.
2. *Oorspronkelijkheid*
De mate waarin bij het ontwerp van didactische originaliteit sprake is, hetzij in de benadering van het gekozen onderwerp of de manier waarop het in de klas gebracht kan worden.
3. *Presentatie*
Een heldere en goed aansprekende presentatie zal gewaardeerd worden.

Nadrukkelijk wijzen we erop dat het ontwerp van *beperkte* omvang moet zijn (4 tot 6 pagina's/lessen).

De prijs
Uit het totaal van de inzendingen zullen de beste drie worden bekroond met een prijs bestaande uit een trofee en een geldbedrag van *f* 250,–.

De organisatoren stellen voor de beoordeling een deskundige jury in, die haar keuze uiteraard zal motiveren. De eindverantwoordelijkheid voor de organisatie van de prijsvraag en het copyright over de inzendingen berust bij de besturen van de NVvW en NVORWO.

Inzendingen kunnen tot 15 januari 1993 gestuurd worden naar de secretaris van de NVvW, de heer drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.

De prijsuitreiking zal – in passende ambiance – medio 1993 plaatsvinden.

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Een toetssteen voor het wiskundeonderwijs

F. W. Drost

Bij uitgeverij Bert Bakker is een aantal zeer interessante boeken verschenen over uiteenlopende wetenschappelijke onderwerpen, de zogenaamde Witte Serie. Eén van de titels is: 'De Wraak van Archimedes', geschreven door Paul Hoffman (een Amerikaans journalist). Hoffman schrijft:
'Er zijn veel boeken geschreven over de filosofische grondslagen van de wiskunde: over de mate waarin het een absoluut zekere wetenschap is, een discipline met logisch onaanvechtbare conclusies. Veel andere boeken hebben enthousiast uitgeweid over het karakter van oneindigheid en de schoonheid van hogere dimensies. Deze filosofische en poëtische uitstapjes zijn waardevol, maar ze hebben met de praktische beslommeringen van wiskundigen weinig te maken. In dit boek werp ik een blik in de keuken waarin zuivere en toegepaste wiskundigen hun dagelijks werk doen.'

Twee soorten wiskunde

Het citaat toont dat er twee soorten wiskunde zijn.

De eerste soort is in hoofdzaak op het vak zelf gericht. De kern wordt gevormd door filosofische problemen en het is structuralistisch getint, kortom: de zuivere wiskunde.

De tweede soort richt zich vanuit de wiskunde op problemen van de buitenwereld. Kernwoorden zijn: realisme en toepassingsgerichtheid, kortom: de toegepaste wiskunde.

Voorbeelden van beide stromingen zijn er legio. Van de schoonheid van getallen en vermoedens rondom de priemgetallen naar differentialen bij de mechanica, matrices in de sociale wetenschappen en allerlei toepassingen in de automatisering. Het boek van Hoffman bevat een lezenswaardige collectie voorbeelden van beide soorten wiskunde, veelal aan de geschiedenis van de wiskunde ontleend.

Van structuralisme naar realisme

In verschillende artikelen over de nieuwe leerplannen wordt ook gesproken over twee soorten wiskunde. In de komende leerplanwijzigingen gaat het volgens de schrijvers om een verandering van structuralistisch wiskundeonderwijs naar meer realistisch wiskundeonderwijs. Ik ben het met de schrijvers eens dat in het recente verleden de zuivere wiskunde het leerplan heeft gedomineerd. Zo sterk zelfs dat het over teveel hoofden heen ging. Met recht kan gezegd worden dat het onderwijs structuralistisch van aard was. Na een 'mammoetuitstapje' naar de verzamelingencultuur – in feite structuralistisch wiskundeonderwijs – lijkt de klemtoon in de toekomst te gaan liggen op de praktische kant van het vak: meer contexten, meer voorstelbare wiskunde, minder nadruk op formele aspecten, veel toepassingen enzovoort: realistisch wiskundeonderwijs dus. De vraag is of de balans nu niet teveel naar de andere kant zal doorslaan. Kunnen we schadeloos de 'kale' algebra uit de onderbouwprogramma's havo/vwo en het eindexamenprogramma lbo en mavo schrappen? Hoe groot is het risico dat er in de bovenbouw of in het vervolgonderwijs inhaaloperaties nodig zijn?

Aandacht voor het opzetten van een redenering en het op de juiste wijze opschrijven van de gevolgde denklijn is essentieel voor de wiskunde en mag meer aandacht krijgen in het leerplan dan thans het geval is. Is daar wel voldoende gelegenheid voor?

Er moet nog veel werk verzet worden voordat de gewenste veranderingen een feit zijn. De COW stelt de nieuwe leerplannen/eindexamenprogramma's op en op 1 augustus 1992 moet de klus geklaard zijn. De tijd dringt dus! Na 1 augustus 1992 start een grondige discussie in het 'Haagse circuit' en vervolgens moet (in 1993?) het onderwijsveld het stokje overnemen en de wedloop – het liefst winnend – voltooien.

Het ideaal

De twee genoemde soorten wiskunde hoeven elkaar niet uit te sluiten, ze kunnen elkaar goed aanvullen. Hans Freudenthal zegt in zijn boek 'Schrijf dat op, Hans':
'*... de realiteit waar je wiskunde in wilt toepassen moet je allereerst als bron gebruiken voor die wiskunde die je daar wilt toepassen. Zo was historisch de gang van zaken, de weg die je ook de lerende moet toestaan om te bewandelen, stimulerend toestaan. Let wel, niet één keer in de realiteit die je dan mag vergeten, maar telkens heen en terug...*'
Dit is het beeld van het ideale wiskunde-onderwijs: de realiteit onderzoeken en ordenen, de problemen die opdoemen vertalen naar de wiskunde, het wiskundige instrumentarium opbouwen, oplossingen zoeken en vervolgens het resultaat vertalen naar en toepassen in de realiteit. De leerling doorloopt op deze manier het volledige proces dat Freudenthal *mathematiseren* noemt. De leerling ontwikkelt al doende zelf de wiskunde.

Bronnen voor goed wiskunde-onderwijs

Het zoeken naar situaties waarin het bedrijven van wiskunde een voor de leerlingen zinvolle activiteit is en waarbij het mathematiseren goed verloopt is dé uitdaging voor didactici en leerplanontwikkelaars. De bronnen voor bruikbare wiskundige situaties zijn nog maar gedeeltelijk ontdekt. Waar het de algebra betreft zijn ontwikkelingen minder ver dan in sommige andere deelgebieden van de schoolwiskunde. Veel baanbrekend werk is al verzet, het grootste deel van de klus moet echter nog geklaard worden.

Met de veranderingen in de maatschappij, de komst van een 'andere' leerling in het voortgezet onderwijs, zullen sommige bronnen ineens opgedroogd blijken terwijl andere plots een fontein van bruikbare situaties levert. De materie lijkt helaas weerbarstiger te zijn naarmate het onderwijsniveau lager is.

Een toetssteen?

Welke kant gaan we op met de plannen van de COW? Heeft men goede bronnen aangeboord? Komt het ideale wiskundeonderwijs in zicht? Of is er nog een lange weg te gaan voordat een glimp van het ideale wiskundeonderwijs te zien zal zijn?
Waar de didactiek (nog) met lege handen staat, vind ik het gewenst de vertrouwde paden niet te snel te verlaten. Het ontbreken van bijvoorbeeld een goede algebra-didactiek rechtvaardigt mijns inziens geenszins een sprong-in-het-duister.
Een extra complicatie vormt het feit dat het voortgezet onderwijs ingeklemd zit tussen basisonderwijs en vervolgonderwijs. De bagage waarmee de leerling in klas 1 binnenkomt bepaalt in hoge mate het effect van het wiskundeonderwijs. Voorts mogen de eisen van het vervolgonderwijs niet veronachtzaamd worden. Bij de commentaren op het concept-eindexamenprogramma voor lbo/mavo C/D-niveau is door velen gewezen op de kloof die gaat ontstaan tussen mavo-D en het mto en in mindere mate de kloof tussen mavo-D en wiskunde B op het havo. De beide kloven zijn door sommigen zelfs getypeerd als onoverbrugbaar.

De beide genoemde situaties, de beschikbare didactische kennis en de aansluiting op basisschool en vervolgonderwijs, kunnen als een toetssteen dienen om de kwaliteit van de plannen te beoordelen en vervolgens te bepalen hoe we verder moeten gaan.

Tot slot

Het wiskundeonderwijs is aan een vernieuwing toe, dat is zeker. Na de nieuwe eindexamenprogramma's voor havo en vwo en de bijbehorende splitsing in wiskunde A en wiskunde B, is het de hoogste tijd

de programma's aan te passen voor lbo, mavo en de onderbouw havo/vwo. Er is ondertussen zicht op de voorstellen van de COW. Deze voorstellen moeten gewogen worden. Hiervoor heb ik een belangrijke toetssteen genoemd. Is het programma te zwaar of worden de ideeën te licht bevonden? Laten we streven naar ideaal wiskundeonderwijs, maar laten we ook realistisch blijven en de haalbaarheid in de 'modale' klassesituatie niet vergeten en niet verder willen springen dan de polsstok lang is.

Over de auteur
F. W. Drost is werkzaam bij uitgeverij Educaboek.

Mededeling

Methodeportretten

Het leermiddelenkader van de Landelijke Pedagogische Centra heeft ook voor het vak wiskunde een aantal methodes geanalyseerd. Op basis van de uitgevoerde analyses is bij een methode een 'Methodeportret wiskunde mavo' geschreven. Elk methodeportret bevat een beschrijving van algemene gegevens en van vakinhoudelijke aspecten, aangevuld met meningen van docenten en leerlingen. De methodeportretten zijn geen beoordeling van methoden. Ze zijn bedoeld om wiskundedocenten behulpzaam te zijn bij een eerste oriëntatie op de betreffende methode om zo een voorlopige selectie te kunnen maken in het keuzeproces van een nieuwe methode.
Op dit moment zijn beschikbaar (*f* 5,– per stuk, exclusief verzendkosten):

Methode	Bestelnummer
Maatwerk	244702
Moderne Wiskunde	244703
Sigma	244704
Wiskundelijn	244705

Besteladres:
KPC-informatiedienst
Postbus 482
5201 AL 's-Hertogenbosch
073-215435

Boekbespreking

James Foran: *Fundamentals of Real Analysis*, Marcel Dekker inc., 496 blz., $ 59.75.

Dit boek bestaat uit de tekst van een stevige cursus voortgezette analyse. In de eerste hoofdstukken wordt de kennis van de lezers met betrekking tot verzamelingen en functies op peil gebracht: metrische en topologische ruimten: (uniforme-) continuïteit; ordeningen; cardinaal- en ordinaalgetallen; keuze-axioma; Borel- en Baireverzamelingen.
Vanaf hoofdstuk 5 is de aandacht gericht op de Lebesque-integratie theorie, eerst worden meetbare verzamelingen bestudeerd, gevolgd door meetbare functies. Hoofdstuk 7 introduceert de Lebesque-integraal en de ruimten $\mathcal{L}^p$. In het volgende hoofdstuk wordt het verband onderzocht tussen differentiatie en integratie.
Hoofdstuk 9 is gewijd aan de Denjoy-Perron-integraal.
De tekst is helder geschreven en alle bewijzen zijn zorgvuldig uitgewerkt. De 180 opgaven bieden ruime mogelijkheid de stof te verwerken. De lay-out is doordat de tekst is getypt nogal onoverzichtelijk.

Harm Bakker

Kalender

13 mei 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
20 mei 1992: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen havo A en vwo A. Zie Euclides jg. 67, nr. 7, blz. 214.
25 mei 1992: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen mavo/lbo C-D. Zie Euclides jg. 67, nr. 7, blz. 214 en 215.
27 mei 1992: Diverse plaatsen, Examenbesprekingen havo B en vwo B. Zie Euclides jg. 67, nr. 7, blz. 216.
10 juni 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
24 juni 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
4 september 1992: Eindhoven, Tweede ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.
7 november 1992: Jaarvergadering/Studiedag NVvW. Nadere informatie in de volgende nummers.

Inhoud